المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (17) 2010
عدد خاص بوقائع المؤتمر العلمي الثاني للرياضيات -الاحصاء والمعلوماتية
ص ص [275 -292]

بناء نموذج رياضي لتصميم حائط افتراضي بأستخدام قيود الأمان والمعولية

أحمد محمود السبعاوي*   منال عبدالكريم العباجي**

الملخص

يتضمن هذا البحث بناء نموذج رياضي لتصميم حائط افتراضي بأستخدام قيود عـاملي امان هما ،عامل امان الانقلاب (overturning safety factor) وعامل امان الأنزلاق (sliding safety factor) وقيود المعولية المقابلة لكل عامل مـن هـذين العـاملين واستخدام تقنيات التجزئة وتحديداً التجزئة ثنائيـة المـستوى – خوارزميـة الأرخـاء للحصول على الابعاد المثلى للحائط ، وتم انجاز برنامج لتصميم حائط بالقيود اعلاه أذ تم برمجة خطوات خوارزمية الارخاء بأستخدام البرنامج الجاهز (matlab) واسـتخدام الـ(optimization toolbox function) لايجاد الحل للمسألة الرئيـسية والمـسائل الجزئية وأظهر هذا البرنامج كفاءة عالية وسهولة في الحصول على النتائج .

Building Mathematical model for virtual wall design by using safety factor and reliability constraints

ABSTRACT

This Research comprises building mathematical model for virtual wall design by using two safety constraints : overturning safety factor and sliding safety factor, also reliability's constraints for each factor

---

* استاذ مساعد/ قسم الاحصاء والمعلوماتية/ كلية علوم الحاسبات والرياضيات
** مدرس مساعد/ قسم الاحصاء والمعلوماتية/ كلية علوم الحاسبات والرياضيات

تاريخ التسلم :2009/7/1 ــــــــــــــــ تاريخ القبول : 6 /12 /2009

and using decomposition technique especially bilevel decomposition – relaxation algorithm to obtain the optimal dimensions for the wall, A program has been achieved for designing a wall with the constraints mentioned above via programming relaxation algorithm steps by using Matlab and using optimization toolbox functions in order to find a solution for master and subproblems. Tthis program shows high efficiency and easiness in obtaining results.

1-المقدمــة :

هناك حالات خاصة من مسائل الامثلية لها خواص هيكلية (Structural properties) هذه الخواص هي ان تكون المسالة ذات هيكل قابل للتجزئـة (decomposable structure) والتي يمكن ان تستغل حسابيا بشكل مفيد لجعل الحل اكثر سهولة عن طريق تطبيق ما يسمى بتقنيات التجزئة (Decomposition techniques) إذ تعود اولى المبادئ لتجزئـة مـسائل الامثلية الى Dantzig و Wolfe عام (1960)[(5)].

ان اغلب المسائل العملية في مجال الهندسة والعلوم لها هيكل قابل للتجزئة ، ومن اجل تطبيق مميز لتقنيات التجزئة فان المسالة يجب ان يكون لها هيكل مناسب وبشكل عام هنـاك هيكلان للمسالة الاول يتصف بقيود معقدة (Complicating constraints) والثاني بمتغيرات معقدة (Complicating variables) ، المتغيرات والقيود المعقدة هذه هي تلك التـي تعقـد الحل للمسالة او تمنع الحل المجزأ للمسالة ومن ثم تجعل حل المسالة اكثر صعوبة.

تقنيات التجزئة تسمح بتحويل الحل لمسائل الامثلية التي تحتوي على متغيرات او قيـود معقدة الى حل لمتتابعة من المسائل بابعاد اصغر ، لذلك فان تقنيات التجزئة يمكن ان تعـرف بانها تقنيات حسابية تأخذ بنظر الاعتبار وبشكل غير مباشر القيود (المتغيرات) المعقدة لكـن الثمن الذي سيدفع لهذا التبسيط هو التكرار إذ بدلا من حل المسالة الاصلية بقيود (متغيـرات) معقدة سيتم حل مسألتين بصورة تكرارية هما مسالة رئيـسة (Master problem) ومـسالة مشابهة للمسالة الاصلية لكن مـن دون قيـود (متغيـرات) معقـدة تـسمى مـسالة جزئيـة (Subproblem) وبهذا الاسلوب فان القيود (المتغيرات) المعقدة تأخـذ بالحـسبان بـصورة تدريجية .

هناك حالة اخرى تتطلب تطبيق تقنيات التجزئة للحصول على الحل الامثل وهي حين تكون مسالة الامثلية ذات هيكل قابل للتجزئة ثنائية المستوى إذ يكون احد القيود (او اكثر من قيد) هو عبارة عن مسالة امثلية اضافية ، وحين تكون المسالة من هذا النوع فانه من المستحيل ايجاد الحل الامثل لها باستخدام خوارزميات الامثلية القياسية لذلك تظهر هنا الحاجة الضرورية الى تطبيق تقنيات التجزئة.

2- التصميم الهندسي للبناء

Engineering design of structure :

ان التصميم الهندسي لعناصر البناء عملية معقدة وكثيرة التكرار وعادة ما تتطلب خبرة سابقة شاملة . التكرارات تسببها عدة محاولات لاختيار متغيرات التصميم او المعلمات معا مع اختبار تحقق القيود الهندسية وقيود الامان لحين الحصول على ابنية معقولة من ناحية الكلفة والامان .

الامان للابنية الهندسية هو معيار اساسي للتصميم لذلك فان المهندس يحدد اولا كل حالات الفشل للبناء الذي سيصمم ثم يحدد قيود الامان (safety constraints) التي يجب ان تتحقق[3 ، 7 ،8] .

في السنوات القليلة الماضية تحسنت طرائق التصميم عن طريق تطبيق تقنيات الامثلية (optimization techniques) والميزة الرئيسة هي ان هذه التقنيات تقود الى تصميم امثل هذا يعني ان القيم لمتغيرات التصميم سيتم الحصول عليها باسلوب امثلية (القيم المثلى) وليست مثبتة من قبل المهندس . وبالطبع فان ما يهتم به المصمم هي القيود التي ستفرض على المسالة ودالة الهدف التي ستؤمثل [2 ، 7] .

ان عدم التاكد والامثلية هما أمران رئيسيان في تصميم البناء إذ أن العشوائية في مواد البناء والاحمال المطبقة وعدم التاكد في سلوك النماذج هو امر محتوم ويجب ان يعالج بشكل مناسب في التصميم لتاكيد امان ومعولية البناء لذلك فالامثلية للتصميم هي أمر ضروري من اجل استخدام كفوء للمصادر وتعظيم المنافع وعليه فان هدف هندسة البناء هو دمج اعتبارات المعولية والامثلية في هيكل واحد لتصميم البناء [9 ،10] .

3-مسألة التصميم الاحتمالي[7,4,3,2]

The probabilistic design problem

يتضمن التصميم وتحليل المعولية للعمل الهندسي عـددا مـن المتغيـرات العـشوائية $(x_1,x_2,\ldots x_n)$ التي تشمل متغيرات هندسية (Geometric variables) ، خـواص المـواد (Material properties) ، الاحمال (Loads) .... الخ ، وبشكل عام سوف لن يكون هناك تمييز بين المتغيرات العشوائية والمحددة لان المتغيرات المحددة هي فقط حالات خاصة منها.

هذه المتغيرات تنتمي الى فضاء بعده-n والذي يمكن ان يقسم الى منطقتـين ، منطقـة امان (Safe region) ومنطقة فشل (Failure region) .

منطقة امان : $S \equiv \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) | g(x_1, x_2, \ldots, x_n) \geq 1\}$

منطقة فشل : $F \equiv \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) | g(x_1, x_2, \ldots, x_n) < 1\}$

إذ ان $g(x_1,x_2, \ldots, x_n)$ هي نسبة بين مقدارين متعارضـين مثـل قـوة الاسـتقرار (stabilizing force) الى قوة الانقلاب (overturning force) ، المتانة (Strength) الـى الضغط (Stress) ... الخ.

بسبب ان القيد $g(x_1,x_2, \ldots, x_n)= 1$ يوضح استقرارا او امانا صارما فلزيادة الامـان يتم ابدال الثابت 1 بثابت اكبر F^0 واذا كانت هناك حالات فشل مختلفة عددها m فان المـسالة تكون لها الصيغة الاتية :

منطقة التصميم في الحالة i : $Si \equiv \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) | g_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \geq F_i^0\}$

إذ ان $i = 1,2,\ldots m$

من المهم التمييز بين قيم التصميم للمتغيرات العشوائية x_i وقيمتها الحقيقية (الواقعيـة) χ_i $(i=1,2,\ldots,n)$ إذ ان قيم التصميم هي تلك القيم التي يختارها المهندس في مرحلـة التـصميم

للمتغيرات الهندسية مثل الابعاد (dimensions) ، خواص المواد (متانة Strength ، مقاومة الانحناء Stiffness .... الخ) وغالبا فان قيم التصميم سوف تكون الاوسـاط $E(x_i)$ او $\bar{\chi}_i$ او القيم المميزة للمتغيرات العشوائية $\tilde{\chi}_i$. بعض من قيم التصميم هذه يتم اختيارهـا مـن قبـل المهندس او تؤخذ عن طريق قوانين التصميم (The design codes) وبعضها يتم اختيـاره باسلوب امثلية وعليه وبـشكل عـام يمكـن القـول ان مجموعـة المتغيـرات العـشوائية $(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ يمكن ان تجزأ الى أربع مجاميع هي :

1. متغيرات تصميم مثلى (Optimized design variables) d :

هي متغيرات التصميم التي قيمها تختار عن طريق برنامج أمثلية لأمثلة دالـة الهـدف (تصغير الكلفة) وهذه المتغيرات تمثل الابعاد للعمل الذي سيصمم مثـل الارتفـاع height ، العرض Width ، المقطع العرضي Cross sections .... الخ.

2. متغيرات تصميم غير مثلى (Non-optimized design variables) η :

هي مجموعة من المتغيرات التي اوساطها او قيمها المميزة تثبت من قبل المهنـدس او قوانين الهندسة (Code) والتي تعطى كبيانات لبرنامج الامثلية مثل الكلاف ، خـواص المـواد (الوزن النوعي Unit weight ،متانة Strength ،معامل يونك Young modula ،...الخ) وابعاد هندسية اخرى للعمل الذي سيصمم والتي تكون ثابتة.

3. معلمات نموذج عشوائي (Random model parameters) κ :

هي مجموعة من المعلمات التي تستخدم في التصميم الاحتمالي حيث توصف خاصـية التغير العشوائية (Random variability) للمتغيرات التي تتضمنها المسالة على سبيل المثال الانحرافات القياسية ، معاملات الارتباط ، معاملات الاختلاف ، ... الخ.

4. متغيرات غير اساسية او معتمدة (Dependent or non basic variables)ψ :

هي متغيرات معتمدة يمكن ان يتم الحصول على قيمها من المتغيرات الاساسـية d وη باستخدام بعض الصيغ وهذه المتغيرات تستخدم لتسهيل الحسابات وتبسيط قيود المسألة .

الاوساط المناظرة لـ d يرمز لها بـ $\bar{d}$ والاوساط او القيم المميزة لـ η يرمز لهـا بـ $\tilde{\eta}$.

4- تصميم هندسي بقيود عوامل امان ومعولية(4)

Engineering design with safety factor and reliability constraints

تسمح هذه الطريقة بفحص مزدوج (مضاعف) للامان. هذه الطريقة تعتمد في التـصميم على قيود ثابتة لعوامل الامان والاحتماليات لكل حالة فشل بدلا من تثبيـت احتماليـة الفـشل الشاملة. هذه الطريقة تقود الى تصميم بحيث ان احتماليات الفشل المناظرة لكل حالـة فـشل وعوامل الامان المقترنة بها تستخدم لضمان الامان للعمل الهندسي. وباتباع طريقة التـصميم هذه فان دالة الهدف والقيود ستأخذ الصيغة الاتية :

$$\underset{\bar{d}}{\text{Minimize}}\ \ h(\bar{d},\bar{\eta}) \quad ....(1)$$

Subject to :

$$g_i(\bar{d},\bar{\eta}) \ge F_i^{(v)}\ ;\ \ i \in I_f \quad ....(2)$$

$$\beta_{F_i}(\bar{d},\bar{\eta},\kappa) \ge \beta_i^0\ ;\ \ i \in I_f \quad ....(3)$$

إذ ان β_{Fi} ، $i \in I_f$ هي مؤشرات المعولية المقترنة بكل حالات الفشل و κ هو متجه المعلمات التي تعرف التغيرات الاحصائية .

بسبب ان كل قيد من القيود (3) هو عبارة عن مسالة امثلية (حسب اقتـراح Hasofer and Lind لمؤشر المعولية(6)) فان المسالة (1)-(3) لايمكن ان تحل مباشرة وان هذه المسالة لهـا هيكل تجزئة ثنائية المستوى لذلك سيتم تطبيق خوارزمية الارخاء لحلها

وتتلخص خطوات الخوارزمية على النحو الآتي :

الخطوة (1) :

اعطاء قيم للقيود الدنيا $\{F_1^0, F_2^0, ..., F_m^0\}$ لعوامل الامـان $\{F_1, F_2, ..., F_m\}$، وقـيم للقيود الدنيا $\{\beta_1^0, \beta_2^0, ..., \beta_m^0\}$ لقيم β – $\{\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_m\}$ بالنسبة الى كل حالات الفـشل ، واعطاء قيمة الخطأ $\in$ للسيطرة على التقارب للخوارزمية.

الخطوة (2) :

عداد التكرار V=1 ، قيود عوامل الامان $F_i^{(1)}$ ، $i \in I_f$ تبدأ بقيودها الدنيا المطلوبة F_i^0 ، $i \in I_f$.

الخطوة (3) : حل المسالة الرئيسة Master problem

تتضمن هذه الخطوة تصميما تقليديا امثل لتصغير الكلفة بالاعتماد على قيود عوامل الامان .

$$\underset{\bar{d}}{\text{Minimize}} \quad h(\bar{d}, \bar{\eta})$$

Subject to :

$$g_i(\bar{d}, \bar{\eta}) \geq F_i^{(v)} \;;\quad i \in I_f$$

ونتيجة لهذه الخطوة سنحصل على قيم متوسطة مثلى $(\bar{d}^{(v)})$ لمتغيرات التصميم.

الخطوة (4) : حل المسائل الجزئية Subproblems

حساب احتماليات الفشل $P_i^{(v)}$ ، $i \in I_f$ او قيم- β المناظرة لها $\beta_i^{(v)}$ ، $i \in I_f$ المقترنة بكل حالة من حالات الفشل بالاعتماد على القيم لمتغيرات التصميم التي نحصل عليها من الخطوة 3 وهذا يتضمن الحل لمسألة امثلية واحدة لكل حالة فشل وكما موضح سابقا فان الحساب لاحتماليات الفشل المقترنة بكل حالة فشل ($i \in I_f$) يمكن ان تنجز بحل مسالة البرمجة اللاخطية الآتية :

$$\underset{d_i, \eta_i}{\text{Minimize}} \quad \beta_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} Z_j^2}$$

Subject to :

$$Z_j = h_j(d_i, \eta_i; \bar{d}, \bar{\eta}, \kappa) \;;\; j = 1, \ldots, n$$

$$g_i(d_i, \eta_i) = 1$$

إذ ان Z_j والـ j=1,…,n هي متغيرات عشوائية طبيعية قياسية مستقلة . ونتيجة لهذه الخطوة سوف نحصل على مؤشر المعولية $\beta_i^{(v)}$ ونقطة التصميم ($d_i^{(v)}, \eta_i^{(v)}$) للحالة i عند التكرار v .

الخطوة (5) : فحص التقارب ، اذا كان اعظم خطأ نسبي .

$$error^{(v)} = \max_{\forall i}\left|\frac{\beta^{(v)} - \beta^{(v-1)}}{\beta^{(v)}}\right|$$

اصغر من $\in$ تتوقف الخوارزمية حيث تم الحصول على الحل الامثل وأذهـب الـى الخطوة (7) والا أذهب الى الخطوة (6) .

الخطوة (6) : تحديث عوامل الامان (Updating safety factors) .

في التكرار v يتم تحديث عوامل الامان باستخدام الصيغة الاتية :

$$F_i^{(v+1)} = Max(F_i^{(v)} + \rho(\beta_i^0 - \beta_i^{(v)}),\ F_i^0) \quad ; \quad i \in I_f$$

إذ ان β_i^0 ، $i \in I_f$ هي القيود الدنيا المرغوب فيها لـ β و ρ هو عامل الارخـاء (ثابت موجب صغير) ، بعد التحديث اذا اصبح عامل الامان $F_i^{(v+1)}$ اصغر من القيد الادنـى المتعلق به F_i^0 عندها سوف يبقى مساوياً لـ F_i^0 (وهذا يوضح الاستخدام لدالة التعظيم Max اعلاه). ضع v =v+1 واذهب الى الخطوة (3) .

الخطوة (7) :

حساب عوامل الامان الحقيقية باستخدام التعبير $g_i(\bar{d}^*, \bar{\eta})$ لان القيم $F_i^{(v)}$ هي فقـط قيود (ليس بالضروري فعالة) ، إذ ان $\bar{d}^*$ هي القيم المثلى للتصميم التقليدي .

النتيجة النهائية لهذا الاسلوب هي تصميم تقليدي امثل $\bar{d}^*$ مع عوامل الامـان الناتجـة والذي هو في الوقت نفسه تصميم يعتمد الاحتمالية أمثل حيث يحقق متطلبات الاحتمالية.

5- التطبيق

تم استخدام تقنيات التجزئة من اجل الحصول على التصميم الهندسي الامثـل (الابعـاد المثلى) لحائط افتراضي يتوفر فيه عاملا امان هما عامـل امـان الانقـلاب Overturning safety factor وعامل امان الانزلاق Sliding safety factor ولكل عامـل مـن هـذين العاملين هناك معولية محددة يجب تحقيقها.

اذ تمت اولا صياغة قيود عاملي الامان وقيود المعولية بعدها تم استخدام تقنيات التجزئة وتحديدا التجزئة ثنائية المستوى – خوارزمية الارخاء للحصول على التصميم الامثل (الابعاد المثلى) بحيث يتحقق عاملا الامان اعلاه ومتطلبات المعولية المرغوب فيها .

1-5 متغيرات المسالة [1] :

ان مسالة التصميم الهندسي للحائط تتضمن المتغيرات الآتية :

X : عرض الحائط ويقاس بالمتر (m)

Y : ارتفاع الحائط ويقاس بالمتر (m)

γ : الوزن النوعي للحائط ويقاس بـ كيلونيوتن/متر^3 (KN/m^3)

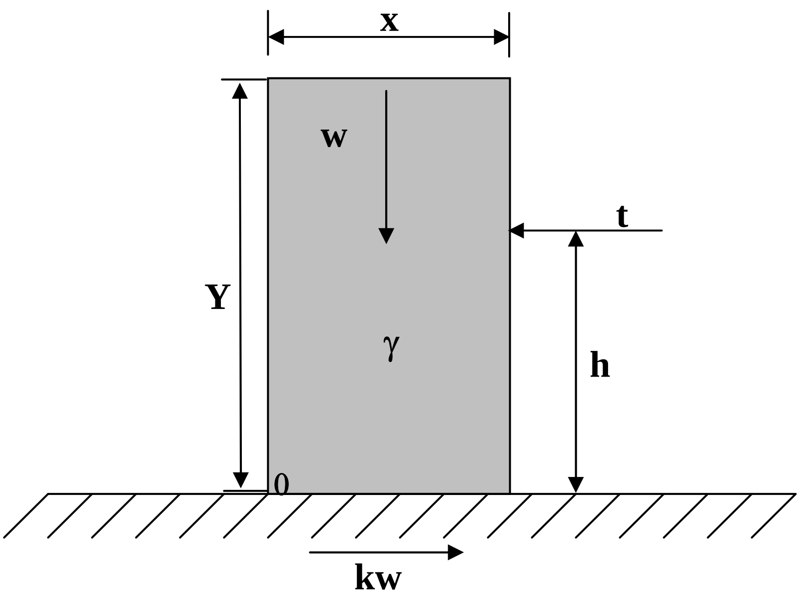
W : وزن الحائط لكل وحدة طول ويقاس بـ كيلونيوتن/متر (KN/m)

t : قوة فاعلة افقية على جانبه الايمن وتقاس بـ كيلونيوتن (KN)

h : ازاحة القوة t عن مستوى التربة وتقاس بالمتر (m)

k : معامل الاحتكاك بين التربة والحائط (ليس له وحدة قياس)

والشكل (1) يوضح هذه المتغيرات .



الشكل (1) يوضح متغيرات مسالة التصميم الهندسي للحائط

وحسب الفقرة (3) فان المتغيرات التي تتضمنها المسالة ستجزأ الى اربع مجاميع هي:

1. متغيرات تصميم مثلى (Optimized design variable) d :

ان هذه المتغيرات في مسالة التصميم الهندسي للحائط هي $d = \{X , Y\}$

2. متغيرات تصميم غير مثلى (Non-optimized design variable) η :

ان هذه المتغيرات في مسالة التصميم الهندسي للحائط هي

$\eta = \{\gamma , t , h , k \}$

3. معلمات نموذج عشوائي (Random model parameters) κ :

ان هذه المتغيرات في مسالة التصميم الهندسي للحائط هي :

$\kappa = \{\sigma_\gamma , \sigma_t , \sigma_h , \sigma_k \}$

إذ σ تشير الى الانحراف القياسي .

4. متغيرات غير اساسية او معتمدة (Dependent or non basic variables) ψ :

ان هذه المتغيرات في مسالة التصميم الهندسي للحائط هي :

$\psi = \{w\}$

ان الاوساط المناظرة لـ X , Y يرمز لها بـ $\bar{Y}$ و $\bar{X}$ بالترتيب ، والاوساط او القيم المميزة لـ γ, t , h , k يرمز لها بـ $\tilde{\gamma}, \tilde{t}, \tilde{h}, \tilde{k}$ بالترتيب .

2-5 صياغة قيود المسالة[(1)]:

اولا : صياغة قيود عاملي الامان

1- قيد عامل امان الانقلاب The overturning safety factor constraint

ان عامل امان الانقلاب (F_o) هو نسبة عزم الاستقرار (Stabilizing moment) الى عزم الانقلاب (Overturning moment) (بالنسبة الى النقطة o في الشكل(1)).

$$F_o = \frac{Stabilizing\ moment}{Overturning\ moment}$$

وبالتعويض عن عزم الاستقرار و عزم الانقلاب نحصل على صيغة عامل امان الانقلاب

$$F_o = \frac{\gamma X^2 Y}{2t\,h}$$

الحائط يكون آمناً من الانقلاب اذا وفقط اذا $F_o \geq 1$ ولزيادة الامان يتم استبدال الـ 1 بثابـت اكبر وعليه يصبح قيد عامل امان الانقلاب بالشكل الآتي :

$$F_o = \frac{\gamma X^2 Y}{2t\,h} \geq F_o^0$$

إذ ان F_o^0 هو الحد الادنى المتعلق بفشل الانقلاب .

2- قيد عامل امان الانزلاق The sliding safety factor constraint

ان عامل امان الانزلاق (F_S) هو نسبة قوة الاستقرار (Stabilizing force) الى قـوة الانزلاق (Sliding force) .

$$F_S = \frac{Stabilizing\ \ force}{Sliding\ \ force}$$

وبالتعويض عن قوة الاستقرار و قوة الانزلاق نحصل على صيغة عامل امان الانزلاق

$$F_S = \frac{XY\,k\,\gamma}{t}$$

الحائط يكون آمناً من الانزلاق اذا وفقط اذا $F_S \geq 1$ ولزيادة الامان يتم استبدال الـ 1 بثابت اكبر وعليه يصبح قيد عامل امان الانزلاق بالشكل الآتي :

$$F_S = \frac{XY\,k\,\gamma}{t} \geq F_S^0$$

إذ ان F_S^0 هو الحد الادنى المتعلق بفشل الانزلاق.

ثانيا : صياغة القيود الهندسية

الحائط الافتراضي المراد تصميمه يشترط فيه ان يكون الارتفاع اكبر او يساوي ضعف العرض ، لذلك فان القيد يعبر عنه بالصيغة :

$Y \geq 2X$

ثالثا : صياغة قيود المعولية

ان قيود المعولية تصاغ بالشكل الآتي :

$$\beta_o (X , Y , t , h , \gamma , k) \geq \beta_o^0$$

$$\beta_S (X , Y , t , h , \gamma , k) \geq \beta_S^0$$

إذ ان :

β_o : هي دالة مؤشر المعولية المتعلقة بحالة فشل الانقلاب .

β_o^0 : هو الحد الادنى لمؤشر المعولية المتعلق بحالة فشل الانقلاب .

β_S : هي دالة مؤشر المعولية المتعلقة بحالة فشل الانزلاق .

β_S^0 : هو الحد الادنى لمؤشر المعولية المتعلق بحالة فشل الانزلاق.

3-5 دالة الهدف للمسالة [1]:

دالة الهدف الاصغرية تمثل تصغير مساحة الحائط ويتم ذلك بتصغير ابعاده وعليه فـان دالة الهدف ستأخذ الصيغة الآتية :

Minimize M=X Y

4-5 الصيغة النهائية للمسالة[1] :

مما تقدم يمكن كتابة الصيغة النهائية للمسالة على النحو الآتي :

Minimize M=X Y …………… (4)

Subject to :

$$\frac{\gamma X^2 Y}{2th} \geq F_o^0 ....(5)$$

$$\frac{XY k\gamma}{t} \geq F_S^0 ....(6)$$

$$\beta_o (X, Y, t, h, \gamma, k) \geq \beta_o^0 ....(7)$$

$$\beta_S (X, Y, t, h, \gamma, k) \geq \beta_S^0 ....(8)$$

$$Y \geq 2X \quad ....(9)$$

اذ ان (7) و (8) كل منهما عبارة عن مسالة أمثلية حسب طريقة حساب مؤشر المعولية لـ Hasofer and Lind وعليه فان :

$$\beta_o (X, Y, t, h, \gamma, k) = \underset{(t,h,\gamma)}{\text{Minimize}} \sqrt{\sum_{j=1}^{3} Z^2{}_j} ....(10)$$

Subject to :

$$Z_1 = \frac{t - \tilde{t}}{\sigma_t} \quad ....(11)$$

$$Z_2 = \frac{h - \tilde{h}}{\sigma_h} \quad ....(12)$$

$$Z_3 = \frac{\gamma - \tilde{\gamma}}{\sigma_\gamma} \quad ....(13)$$

$$\frac{\gamma X^2 Y}{2th} = 1 \quad ....(14)$$

وان

$$\beta_S\,(X , Y , t , h , \gamma , k) = \underset{(t,\gamma,k)}{\text{Minimize}} \sqrt{\sum_{j=1}^{3} Z^2{}_j} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(15)$$

Subject to :

$$Z_1 = \frac{t-\tilde{t}}{\sigma_t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(16)$$

$$Z_2 = \frac{\gamma-\tilde{\gamma}}{\sigma_\gamma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(17)$$

$$Z_3 = \frac{k-\tilde{k}}{\sigma_k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(18)$$

$$\frac{XY\,k\,\gamma}{t} = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(19)$$

هذه المسالة لا يمكن ايجاد الحل لها بشكل مباشر لان القيد (7) يتضمن مسالة امثلية اضافية هي (10) – (14) والقيد (8) ايضا يتضمن مسالة امثلية اضافية هي (15) - (19) وعليه فان القيدين (7) و (8) هما قيدان معقدان للمسالة ونتيجة لهذه القيود لا يمكن ايجاد الحل للمسالة بالخوارزميات القياسية لذلك سوف نحتاج الى تطبيق تقنيات التجزئة وتحديدا التجزئة ثنائية المستوى – خوارزمية الارخاء.

5-5 التوزيعات الاحصائية لمتغيرات المسالة[11] :

ان التوزيعات الاحصائية للمتغيرات التي تتضمنها المسالة تم اخذها من قوانين نموذج احتمالي JCSS (Probabilistic model code) وهي كما في الجدول (1) إذ ان قوانين نموذج احتمالي JCSS هي قوانين عالمية تقدم ارشادا حول صياغة المتغيرات العشوائية في هندسة البناء وهذه القوانين يمكن استخدامها عند انجازاي تصميم احتمالي .

الجدول (1)

التوزيعات الاحصائية لمتغيرات المسالة

المتغير Variable	التوزيع Distribution	الوسط Mean (μ)	الانحراف القياسي Standard deviation	الوحدة Unit
X	محدد	----	----	m
Y	محدد	----	----	m
K	طبيعي	0.3	0.05	----
T	طبيعي	50	15	KN
γ	طبيعي	23	0.46	KN/m^3
h	طبيعي	3	0.2	m

حيث يمكن الاعتماد على هذه القيم لبناء اي حائط اذا كان المطلوب ان يتوفر فيه عاملا الامان (الانقلاب و الانزلاق).

وبأستشارة المهندسين تم افتراض ان حدود عاملي الامان المطلوبين هي $F_S^0 = 1.6$ ، $F_o^0 = 1.5$ ومؤشرات المعولية هي $\beta_S^0 = 3$ ، $\beta_o^0 = 3$ والتـي تطـابق بـشكل تقريبـي احتماليات الفشل $P_{F_S} = 0.0013$ ، $P_{F_o} = 0.0013$ بالترتيب وحسب المعادلة (20)(8).

$$P_F \approx \Phi(-\beta)..........(20)$$

ونود الاشارة هنا الى انه من الضروري اختيار قيمة $\in$ قليلة جداً لضمان عدم تعرض البناء لحالات فشل مما يـؤدي الـى خـسائر بـشرية وماديـة ولهـذا تـم اختيـار قيمـة

$$\in = 0.000001$$

6-5 تنفيذ الخوارزمية ومناقشة النتائج :

تم تنفيذ الخوارزمية بالاعتماد على البيانات السابقة باستخدام البرنامج الجاهز Matlab، version 7.6.0.324(R2008a) بحاسبة الكترونية نوع Genuine Intel (R) بسرعة معالج (2cpu) 1.73GHz وبذاكرة عشوائية RAM 1G إذ تمت برمجة خطوات هذه الخوارزمية واستخدام الـ Optimization toolbox functions لايجاد الحل للمسالة الرئيسة والمسائل الجزئية. تم تنفيذ البرنامج عدة مرات وفي كل تنفيذ يتم تغيير قيمة عامل الارخاء ρ إذ تم اخذ قيمة ρ من 0.1-0.9 وتم الحصول على النتائج لكل تنفيذ والجدول (2) ادناه يوضح النتائج عندما ρ=0.9

الجدول (2)

V	M	X	Y	F_o	F_s	β_o	β_s	error	Actual F_o	Actual F_s
1	11.594203	2.407717	4.815434	1.5	1.600000	3.457744	1.491515	1.01137755	2.140193	1.600000011
2	21.432148	3.273541	6.547083	1.5	2.957636	10.947198	3.387693	0.68414348	5.378859	2.957636404
3	18.903712	3.074387	6.148774	1.5	2.608712	9.080704	3.040364	0.20554503	4.455662	2.608712274
4	18.640471	3.052906	6.105812	1.5	2.572385	8.883462	2.999864	0.02220331	4.362917	2.572385013
5	18.641361	3.052979	6.105958	1.5	2.572508	8.884130	3.000002	0.00007515	4.363229	2.572507814
6	18.641348	3.052978	6.105956	1.5	2.572506	8.884120	3.000000	0.00000109	4.363224	2.572506039
7	18.641348	3.052978	6.105956	1.5	2.572506	8.884120	**3.000000**	0.00000002	4.363225	2.572506065

يوضح النتائج حين يكون ρ=0.9

يتضح من هذه النتائج ان القيم المثلى التقريبية لابعاد الحائط وللمساحة (بعد تقريب الارقام) هي :

القيمة المثلى التقريبية لعرض الحائط X = 3.05 m

والقيمة المثلى التقريبية لارتفاع الحائط Y = 6.10 m

والقيمة المثلى التقريبية لدالة الهدف(المساحة) M = 18.64

نلاحظ من النتائج انه بتغيير قيمة ρ فان عدد التكرارات التي تحتاجها الخوارزمية للوصول الى الحل الامثل اعلاه يتغير و قيمة الخطأ تتغير ايضا ، أي ان قيمة ρ هي التي تتحكم في زيادة التكرارات و زيادة قيمة الخطأ او نقصانهما وبالطبع فانه كلما كانت

التكرارات و قيمة الخطأ اقل كانت الخوارزمية تعمل بشكل أسرع و افضل ومن ثم سيكون هناك اختصار في وقت التنفيذ كما موضح بالجدول (3).

الجدول (3)

يوضح القيم المختلفة لـ ρ وعدد التكرارات نتيجة لاستخدام كل قيمة من هذه القيم و قيمة الخطأ واوقات المعالجة مقاسة بـ Cputime .

قيمة ρ	عدد التكرارات	قيمة الخطأ	وقت المعالجة
0.1	93	0.00000091	14.5469 Cputime
0.2	47	0.00000094	5.7813 Cputime
0.3	31	0.00000081	3.3594 Cputime
0.4	22	0.00000094	2.3750 Cputime
0.5	17	0.00000059	2.1875 Cputime
0.6	13	0.00000033	1.5625 Cputime
0.7	10	0.00000084	1.3906 Cputime
0.8	9	0.00000021	1.0625 Cputime
0.9	7	0.00000002	1.0469 Cputime

يتبين من الجدول (3) ان افضل قيمة لـ ρ لهذه المسالة هي 0.9 إذ تطلب الوصول الى الحل الامثل 7 تكرارات فقط وباقل قيمة للخطأ هي 0.00000002 وبوقت معالجة 1.0469 Cputime .

نلاحظ في الجدول (2) ان قيمة عامل امان الانقلاب الحقيقي النهائي $F_o = 4.363$ Actual وقيمة مؤشر معولية الانقلاب $\beta_o = 8.884$ هي قيم عالية جدا مقارنة بقيود التصميم (1.5 و 3 بالترتيب) وهذا يقود الى ان فشل الانقلاب على الاغلب مستحيل.

كذلك نلاحظ انه على الرغم من ان دالة الهدف هي تصغير المساحة فاننا نجد ان المساحة تزداد من تكرار الى اخر وذلك لان التصميم الابتدائي لا يحقق قيد مؤشر المعولية المتعلق بحالة فشل الانزلاق β_S لذلك فان قيمة عامل امان الانزلاق F_S تزداد تدريجيا من تكرار الى اخر ونتيجة لذلك فان ابعاد الحائط ايضا تزداد من اجل تحقيق قيد مؤشر المعولية β_S الى ان نحصل على التصميم النهائي الذي يتحقق فيه هذا القيد لذلك فان مساحة الحائط في التصميم النهائي اكبر من التصميم الابتدائي .

6- الاستنتاجات :

بناء على النتائج التي تم الوصول اليها في هذا البحث تم استنتاج ما يأتي :

1. اظهرت تقنيات التجزئة كفائتها في الوصول الى الحل الامثل التقريبي لمسألة تصميم حائط افتراضي بقيود عاملي أمان ومعولية كون هذه المسألة لها هيكـل قابـل للتجزئـة ثنائيـة المستوى.
2. ان الاختيار المناسب لعامل الارخاء (Relaxation factor) ρ يقود الى تقارب سريع في الوصول الى الحل الامثل أي يقلل عدد التكرارات التي تحتاجها الخوارزمية للوصول الـى الحل الامثل ويقود ايضاً الى تقليل قيمة الخطأ في حين اذا كان الاختيار غير مناسب فانـه يقود الى نقصان التقارب ومن ثم زيادة عدد التكرارات التي تحتاجها الخوارزمية للوصول الى الحل الامثل و ايضاً زيادة في قيمة الخطأ مما يستوجب القيام بعدة محاولات من اجـل تثبيت القيمة المناسبة لعامل الارخاء ρ لكل مسالة وكما موضح في الجدول (3) فان افضل قيمة لـ ρ لمسالة تصميم حائط افتراضي بعاملي امان (عامل امان الانقلاب وعامل امـان الانزلاق)هي 0.9 بقيمة خطأ 0.00000002 وبوقت معالجة 1.0469 cputime .
3. يمكن استخدام البرنامج الذي تم انجازه لايجاد التصميم الهندسي لاي حائط يراد تـصميمه بعاملي امان (الانقلاب،الانزلاق) مباشرة بمجرد ادخال قيم عاملي الامان المرغوب فيهمـا ومؤشرات المعولية المطلوب تحقيقها والبيانات الاحصائية لمتغيرات المـسالة (الاوسـاط والانحرافات القياسية) إذ ان الابعاد الناتجة للحائط هي الابعاد المثلى التقريبية.

References المصـــــــادر

1. العباجي ، منال عبدالكريم (2009) ، "بناء نموذج رياضـي لتـصميم حـائط افتراضـي بأستخدام قيود الامان والمعولية (مع تطبيق)"، رسالة ماجـستير ، كليـة علـوم الحاسـبات والرياضيات.

2. Castillo, C., Mínguez, R., Castillo, E. and Losada, M.A. (2006), "An optimal engineering design method with failure rate constraints and sensitivity analysis. Application to composite break waters", ***Coastal Engineering 53***, PP 1-25.

3. Castillo, E., Conejo, A.J., Míngez, R. and Castillo, C. (2003), "An alternative approach for addressing the failure probability-safety factor method with sensitivity analysis", ***Reliability Engineering and System Safety 82***, PP. 207-216.

4. Castillo, E., Mínguez, R., Tera'n, A.R. and Fernandez-Canteli, A. (2004), "Design and sensitivity analysis using the probability-safety factor method. An application to retaining walls", ***Structural Safety 26***, PP. 159-179.

5. Dantzig, G.B. and Wolfe, P. (1960), "Decomposition principle for linear programs", ***Operations Research***, Vol. 8, No.1, PP. 101-111.

6. Hasofer, A.M. and Lind, N.C. (1974), "An Exact and Invariant First-order Reliability Format", ***Journal of Engineering Mechanics 100***, No. EM1, PP. 111-121.

7. Mínguez, R., Castillo, E., Castillo, C. and Losada, M.A. (2006), "Optimal cost design with sensitivity analysis using decomposition techniques. Application to composite breakwaters", ***structural safety 28***, PP. 321-340.

8. Mínguez, R., Castillo, E. and Hadi, A.S. (2005), "Solving the inverse reliability problem using decomposition techniques", ***structural safety 27***, PP. 1-23.

9. Royset, J.O., Kiureghian, A.D. and Polak, E. (2001), "Reliability-Based Optimal Design of Series Structural Systems", ***Journal of Engineering Mechanics***, Vol. 127, No.6, PP. 607-614.

10. Royset, J.O., Kiureghian, A.D. and Polak, E. (2001), "Reliability-based optimal structural design by the decoupling approach", ***Reliability Engineering and System Safety 73***, PP. 213-221.

11. JCSS. (2001), "Probabilistic model code", The joint committee on structural safety, http://www.jcss.ethz.ch.