
**

*

SMAIC, AICC, BIC, AIC

ARIMA(0,1,1)(0,1,1)₁₂

ARIMA(0,1,1)(0,1,1)₁₂ X_{1,t}

X_{2,t}

Using Some Information Criterion Determining the Best Multiplicative Seasonal Model

Abstract:

The main objective of this study is to select the best multiplicative seasonal model of the time series data using some information criteria; they are AIC, BIC, AICC, and SMAIC. Then prediction is made for the different models and calculates the final prediction error criterion to ensure the accuracy of our best selected model. In our study we select the model ARIMA(0,1,1)(0,1,1)₁₂ as the best model for the wind speed series X_{1,t} and the model ARIMA(0,1,1)(0,1,1)₁₂ as the best model for the cloud series X_{2,t}.

* مدرس / قسم الإحصاء والمعلوماتية / كلية علوم الحاسوب والرياضيات / جامعة الموصل.

** مدرس / قسم الإحصاء والمعلوماتية / كلية علوم الحاسوب والرياضيات / جامعة الموصل.

*** مدرس مساعد / قسم الإحصاء والمعلوماتية / كلية علوم الحاسوب والرياضيات / جامعة الموصل

تاريخ التسلم: 2010/ 11/ 4 — تاريخ القبول: 2011/ 2/1

Comwpertwait &)

.(Metcalf,2009

, X_t

ARIMA

. t

p ARIMA (p,d,q)

d

q

.(2005 ,)

Q,D,P

s

ARIMA(P,D,Q)_s

ARIMA

ARIMA

ARIMA

ARIMA

(Chtfield,2004) ARIMA (p,d,q) (P,D,Q)_s

Sen and) (Mcquarrie and Tsai ,1998)

.(Kadilar and Erdemir, 2003) و (Shitem,2002

()

.(/)

(Multiplicative ARIMA Model) **ARIMA** **-2**
 ARIMA ()
 (Shumway & Stoffe, 2006)

ARIMA . S

ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s
 :(Comwertwait & Metcalf, 2009)

$$\phi_p(\beta)\Phi_p(\beta^s)\nabla^d \nabla^D X_t = \theta_q(\beta)\Theta_q(\beta^s)a_t \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_p(\beta) &= 1 - \phi_1\beta - \phi_2\beta^2 - \dots\dots\dots - \phi_p\beta^p \\ \Phi_p(\beta^s) &= 1 - \Phi_1\beta^s - \Phi_2\beta^{2s} - \dots\dots\dots - \Phi_p\beta^{ps} \\ \theta_q(\beta) &= 1 - \theta_1\beta - \theta_2\beta^2 - \dots\dots\dots - \theta_q\beta^q \\ \Theta_q(\beta^s) &= 1 - \Theta_1\beta^s - \Theta_2\beta^{2s} - \dots\dots\dots - \Theta_q\beta^{qs} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

() $\Phi_p(\beta^s)$, $\phi_p(\beta)$
 () $\Theta_q(\beta^s)$, $\theta_q(\beta)$
 $\nabla^d \nabla^D$ a_t .
 (1-β) (1-β¹²)
 s ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s

ARIMA(0,1,1)(0,1,1)₁₂

()

$$(1-\beta)(1-\beta^{12})X_t = (1-\theta_1\beta)(1-\Theta_{12}\beta^{12})a_t \dots\dots\dots(3)$$

:

$$\hat{X}_t = \hat{X}_{t-1} + \hat{X}_{t-12} + \hat{X}_{t-13} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \Theta_{12} a_{t-12} + \theta_1 \Theta_{12} a_{t-13} \dots(4)$$

: l (4)

$$\hat{X}_{t+l} = \hat{X}_{t+l-1} + \hat{X}_{t+l-12} + \hat{X}_{t+l-13} + a_{t+l} - \theta_1 a_{t+l-1} - \Theta_{12} a_{t+l-12} + \theta_1 \Theta_{12} a_{t+l-13} \dots\dots(5)$$

: (5)

$$\hat{X}_t(l) = \hat{X}_t(l-1) + \hat{X}_t(l-12) + \hat{X}_t(l-13) + a_t(l) - \theta_1 a_t(l-1) - \Theta_{12} a_t(l-12) + \theta_1 \Theta_{12} a_t(l-13) \dots\dots\dots(6)$$

() $X_t(l)$
 X_{t+l} t

Final prediction error (FPE)

(Akaike, 1970)

$$FPE = \hat{\sigma}^2 \frac{n+m}{n-m} \dots\dots\dots(7)$$

n , $\hat{\sigma}^2$:

p , (p+q+P+Q) : m ,

q ,AR

, AR

P , MA

MA

Q

(Order Selecting Criteria)

-4

ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s

Akaike information criterion (AIC)

4-1

(Akaike , 1973)

$$AIC = n(1 + \log_e (2\pi)) + n \log (\sigma_e^2) + 2m) \dots\dots\dots(8)$$

: m , : n , σ_e^2 :

Bayesian information criterion (BIC)

4-2

(Akaike , 1978):

$$BIC = n \log (\sigma_e^2) + m \log_e (n) \dots\dots\dots(9)$$

: m , : n , σ_e^2 :

Corrected Akaike information

4-3

Hurvich & Tsai

criterion(AICC)

(Hurvich & Tsai ,1989) 1989

$$CAIC = n \log (\sigma_e^2) + \frac{2n(m+1)}{n-m-2} \dots\dots\dots(10)$$

4-4

The Seasonally modified Akaike's information criterion (SMAIC)

(Kadilar & Erdemir,

: 2003)

$$SMAIC = \log(\sigma_e^2) + \frac{2d^2 k}{T} + \tau_k \dots\dots\dots(11)$$

T, d

$k = s, (s+1), (s+2), \dots\dots\dots$

$k=1,2,3,\dots,7.$

$$\tau_k = (k+1-s) k d^2 \dots\dots\dots(12)$$

الجانب العملي (5)

1985

.2000

() (x₁)

(2007 ,)

, (/) (x₂)

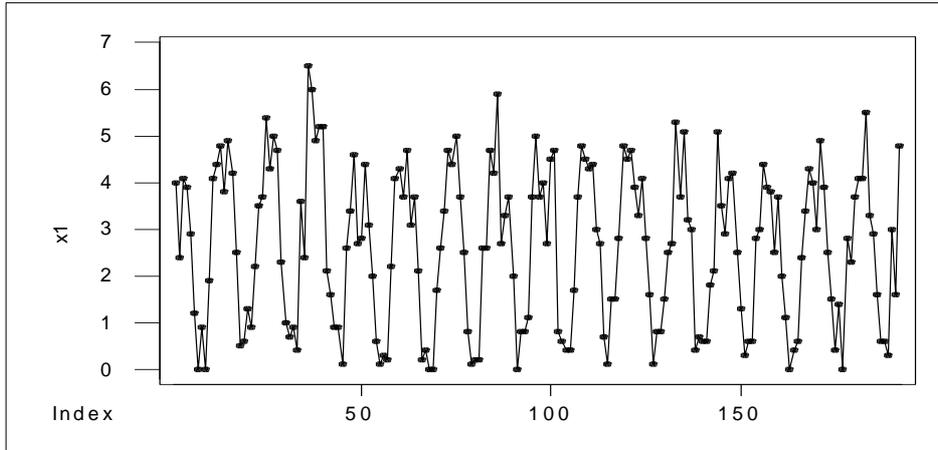
(x₁)

(5-1)

(1)

)

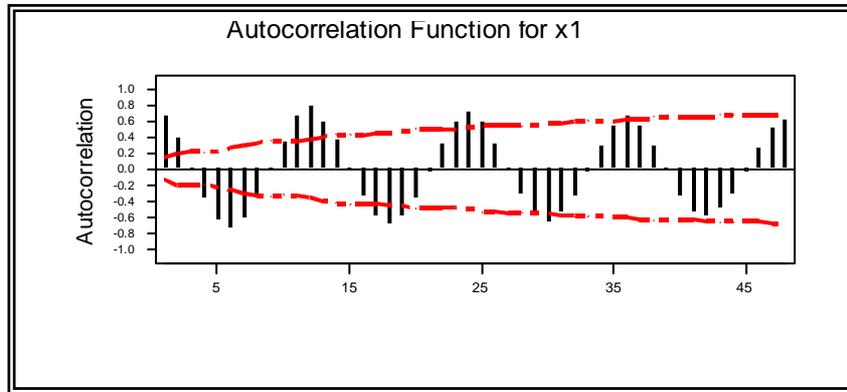
. (



الشكل (1) : يمثل الرسم الزمني لسلسلة الغيمة

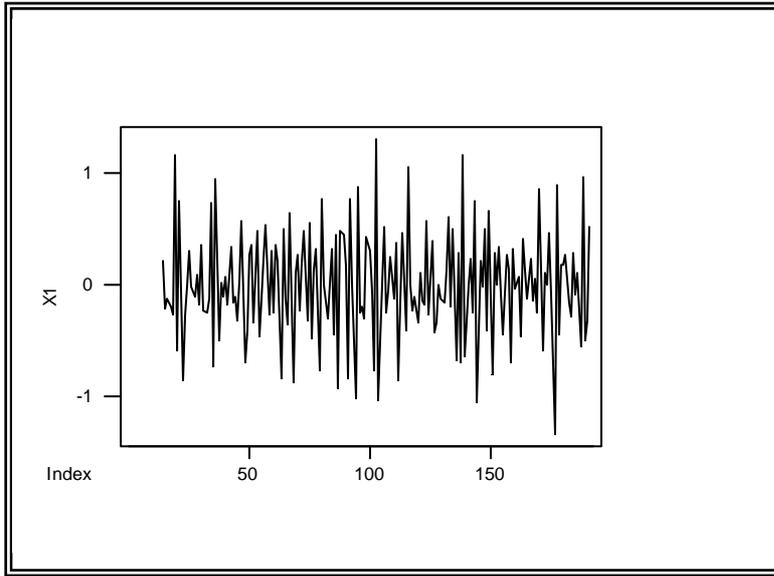
(12)

(2).



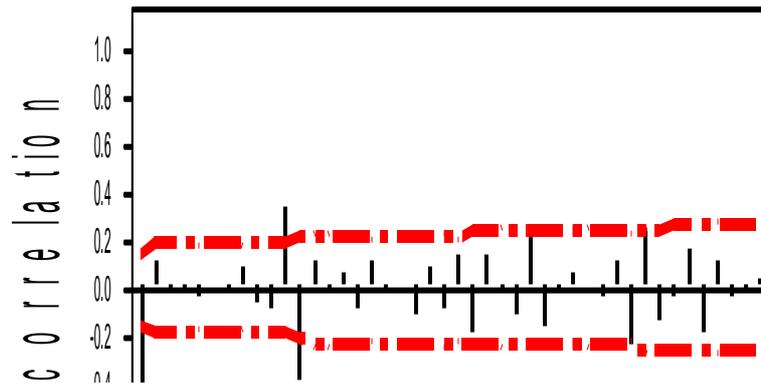
(2)

(3) , (4) (5)

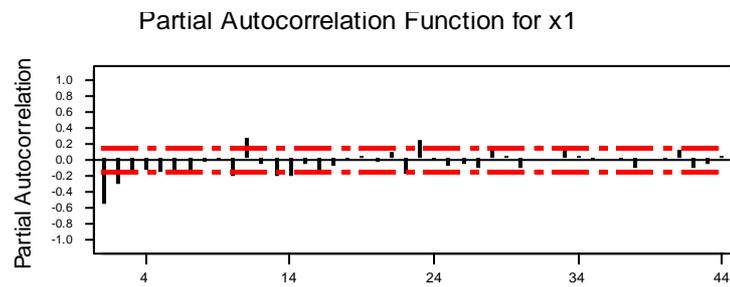


الشكل (3) : يبين الرسم الزمني للسلسلة بعد ثبوتها واستقرارها

Autocorrelation Function for x1



الشكل (4) : يبين رسم دالة الارتباط الذاتي للسلسلة بعد ثبوتها واستقرارها



الشكل (5) : يبين رسم دالة الارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة بعد ثبوتها واستقرارها

:

:(5-1-1)

(1)

: SMAIC

(2)

ARIMA : (1)

Models	AIC	BIC	AICC
ARIMA(0,1,1)(0,1,1) ₁₂	-125.8117	-289.4753	-127.8543
ARIMA(0,1,0)(0,1,1) ₁₂	-33.0453	-203.9062	-35.0771
ARIMA(1,1,0)(1,1,0) ₁₂	-29.9891	-194.6775	-32.0317
ARIMA(2,1,0)(1,1,0) ₁₂	-40.1598	-199.0230	-42.2132
ARIMA(0,1,1)(1,1,0) ₁₂	-66.7843	-231.0774	-68.8268
ARIMA(1,1,0)(0,1,1) ₁₂	-83.7652	-247.8768	-85.8078

ARIMA : (2)

SMAIC	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7
Models							
ARIMA(0,1,1)(0,1,1) ₁₂	8.5999	22.6104	38.6208	56.6312	76.6416	98.6520	122.6624
ARIMA(0,1,0)(0,1,1) ₁₂	9.0938	23.1043	39.1147	57.1251	77.1355	99.1459	123.1563
ARIMA(1,1,0)(1,1,0) ₁₂	9.0990	23.1094	39.1198	57.1303	77.1407	99.1511	123.1615
ARIMA(2,1,0)(1,1,0) ₁₂	9.0352	23.0456	39.0560	57.0664	77.0768	99.0873	123.0977
ARIMA(0,1,1)(1,1,0) ₁₂	8.9074	22.9178	38.9282	56.9386	76.9490	98.9595	122.9699
ARIMA(1,1,0)(0,1,1) ₁₂	8.8189	22.8293	38.8398	56.8502	76.8606	98.8710	122.8814

(2) (1)

ARIMA(0,1,1)(0,1,1)₁₂

SMAIC

: (MINITAB)

$$(1 - \beta)(1 - \beta^{12})X_{1,t} = (1 - 0.8880\beta)(1 - 0.8813\beta^{12})a_t \dots\dots\dots(13)$$

(5-1-2)

(3)

:

(3)

T	Actual	\hat{X} ARIMA (0,1,1)(0,1,1) ₁₂	\hat{X} ARIMA (0,1,0)(1,1,0) ₁₂	\hat{X} ARIMA (0,1,1)(0,1,1) ₁₂	\hat{X} ARIMA (2,1,0)(0,1,1) ₁₂	\hat{X} ARIMA (0,1,1)(1,1,0) ₁₂	\hat{X} ARIMA (1,1,0)(0,1,1) ₁₂
1	2.02485	1.99945	1.89410	1.82711	1.84911	1.95760	1.84217
2	2.02485	1.87921	1.77501	1.66975	1.63730	1.79838	1.75023
3	2.34521	1.93450	1.83577	1.76231	1.74865	1.89576	1.79121
4	1.81659	1.89389	1.79256	1.78906	1.77574	1.91857	1.75221
5	1.70294	1.56200	1.45968	1.34216	1.31941	1.47199	1.40830
6	1.26491	0.94192	0.83914	0.98133	0.96359	1.11084	0.78689
7	0.77460	0.40656	0.31151	0.17992	0.14925	0.31185	0.25525
8	0.77460	0.75970	0.66233	0.76774	0.73697	0.89878	0.60219
9	0.54772	0.51598	0.40876	0.19042	0.18141	0.31296	0.33760
10	1.73205	1.42724	1.33155	1.45236	1.42546	1.58003	1.26212
11	1.26491	1.67485	1.58208	1.50180	1.48113	1.62632	1.50749
12	2.19089	1.99035	1.90272	1.82739	1.80197	1.95261	1.82461

,(1)

(3)

(FPE)

(4)

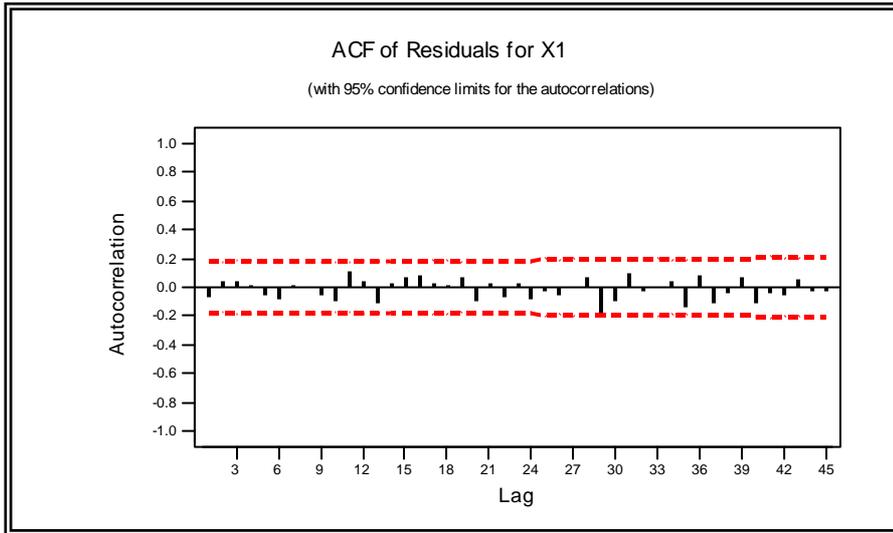
: (4)

Models	FPE
ARIMA(0,1,1)(0,1,1) ₁₂	0.09702
ARIMA(0,1,0)(0,1,1) ₁₂	0.155055
ARIMA(1,1,0)(1,1,0) ₁₂	0.17374
ARIMA(2,1,0)(1,1,0) ₁₂	0.184000
ARIMA(0,1,1)(1,1,0) ₁₂	0.13496
ARIMA(1,1,0)(0,1,1) ₁₂	0.1274

$$\text{ARIMA}(0,1,1)(0,1,1)_{12} \quad (4)$$

$$(6) \quad , \text{FPE}$$

:

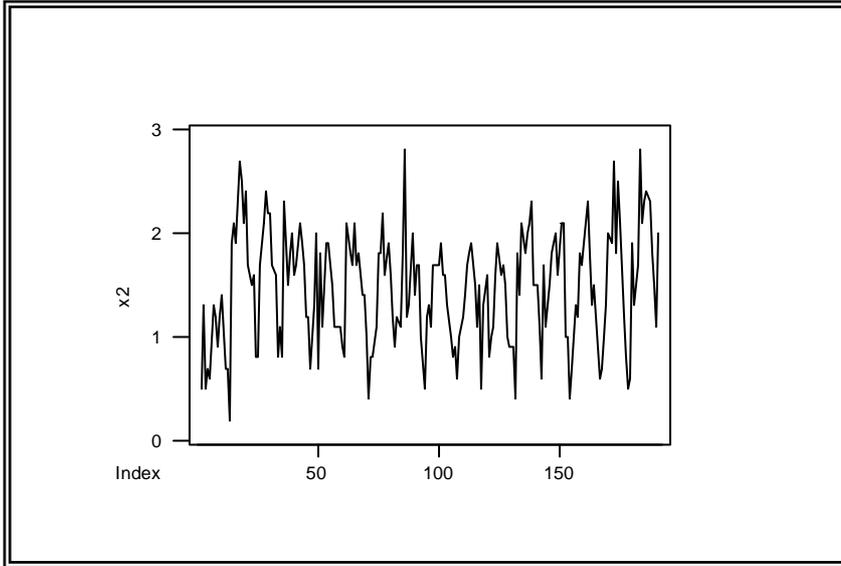


الشكل (6) : رسم دالة الارتباط الذاتي للبواقي للسلسلة الزمنية الغيمة

$$: (x_2)$$

(5-2)

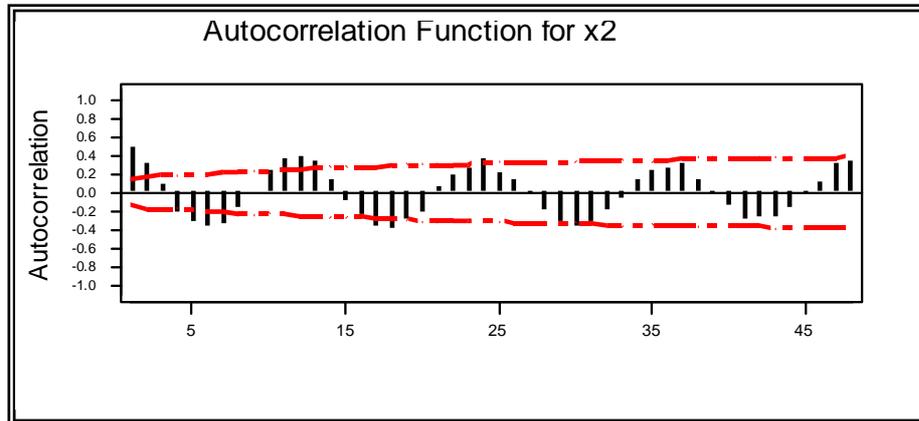
$$(7)$$



الشكل (7) : يبين الرسم الزمني للسلسلة الزمنية لسرعة الرياح

(8).

(12)

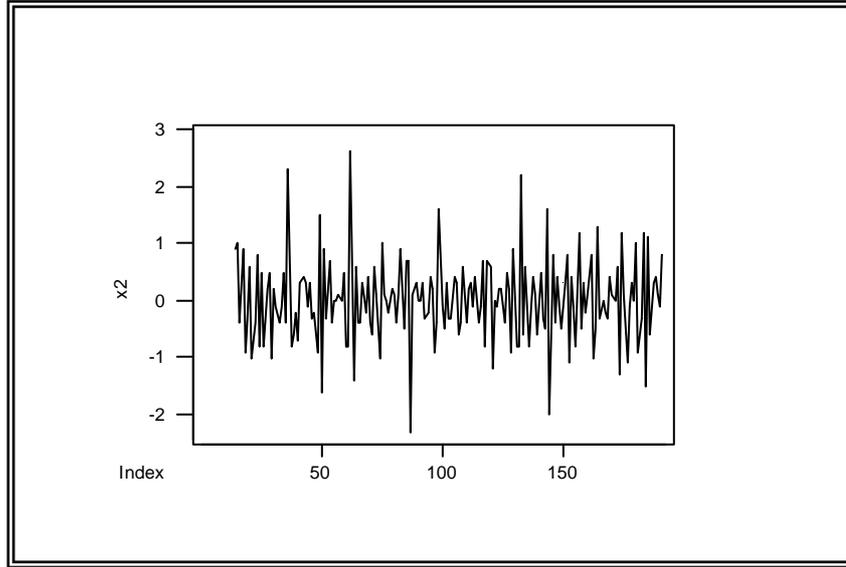


الشكل (8) : رسم دالة الارتباط الذاتي للسلسلة الزمنية لسرعة الرياح

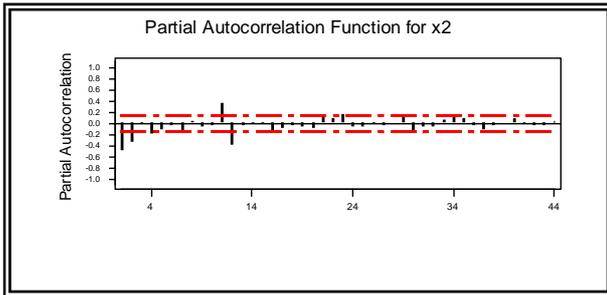
و

(9)

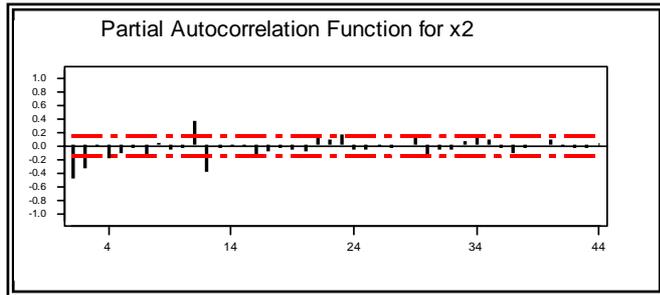
: (10), (11)



الشكل (9) : الرسم الزمني للسلسلة الزمنية لسرعة الرياح بعد ثبوتها واستقرارها



الشكل (11) : رسم دالة الارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة الزمنية لسرعة الرياح بعد ثبوتها واستقرارها



الشكل (10) : رسم دالة الارتباط الذاتي للسلسلة الزمنية لسرعة الرياح بعد ثبوتها واستقرارها

(5-2-1

multiplicative SARIMA

(5)

:SMAIC

(6)

ARIMA

: (5)

Models	AIC	BIC	AICC
ARIMA(1,1,0)(0,1,1) ₁₂	90.7961	-74.0011	88.7535
ARIMA(0,1,1)(0,1,1) ₁₂	38.4925	-125.7428	36.4499
ARIMA(1,1,0)(1,1,0) ₁₂	150.3599	-15.0841	148.3173

ARIMA

SMAIC

: (6)

SMAIC	k=1	2k=	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7
Models							
ARIMA(1,1,0)(0,1,1) ₁₂	9.7281	23.7385	39.7489	57.7594	77.7698	99.7802	123.7906
ARIMA(0,1,1)(0,1,1) ₁₂	9.4557	23.4661	39.4765	57.4869	77.4974	99.5078	123.5182
ARIMA(1,1,0)(1,1,0) ₁₂	10.0383	24.0487	40.0592	58.0696	78.0800	100.0904	124.1008

(6) (5)

ARIMA(0,1,1)(0,1,1)₁₂

SMAIC

(MINITAB)

: (14)

$$(1 - \beta)(1 - \beta^{12})X_{2,t} = (1 - 0.8030\beta)(1 - 0.9040\beta^{12})a_t \dots\dots\dots(14)$$

: (5-2-2)

(7)

: (6)

: (7)

T	Actual	\hat{X} ARIMA(1,1,0)(0,1,1) ₁₂	\hat{X} ARIMA(0,1,1)(0,1,1) ₁₂	\hat{X} ARIMA(1,1,0)(1,1,0) ₁₂
1	1.37840	0.85361	1.00242	1.06779
2	1.14018	1.01185	1.16320	1.07578
3	1.30384	1.11618	1.26125	1.34027
4	1.67332	1.11075	1.25562	1.30334
5	1.44914	1.23984	1.37976	1.44814
6	1.51658	1.17222	1.31099	1.43434
7	1.54919	1.19925	1.33456	1.40744
8	1.51658	1.09035	1.22137	1.23285
9	1.34164	0.92508	1.05694	1.16637
10	1.22474	0.80341	0.92824	1.01449
11	1.04881	0.69808	0.82732	0.74304
12	1.41421	0.79892	0.90958	0.80959

,(5)

(7)

(FPE)

(8)

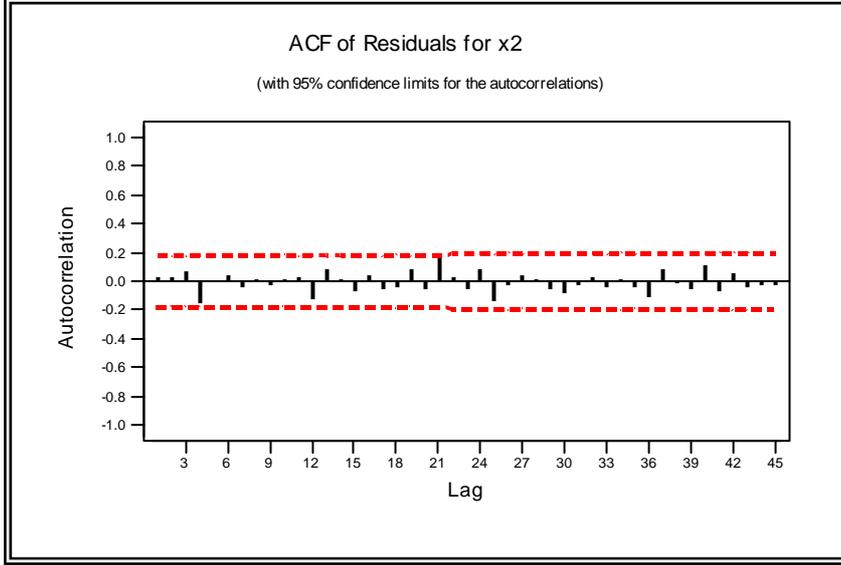
: (8)

Models	FPE
ARIMA(1,1,0)(0,1,1) ₁₂	0.051324
ARIMA(0,1,1)(0,1,1) ₁₂	0.04123
ARIMA(1,1,0)(1,1,0) ₁₂	0.067914

ARIMA(0,1,1)(0,1,1)₁₂ (8)

.FPE

(12) :



الشكل (12) : يبين رسم دالة الارتباط الذاتي للبقايا

الاستنتاجات:

- 1- من خلال الجدول (1) والذي يوضح قيم نتائج تطبيق معايير المعلومات لتحديد أفضل نموذج موسمي مضاعف لسلسلة $X_{1,t}$ ، وجد بأن معيار AIC ، BIC ، AICC أعطى أقل قيمة للنموذج $ARIMA(0,1,1)(0,1,1)_{12}$. كما أعطى معيار SMAIC الموضح اقل قيمة في الجدول (2) لنفس النموذج .
- 2- إن أفضل نموذج موسمي مضاعف للسلسلة $X_{2,t}$ عند استخدام المعايير AIC ، BIC ، AICC ، SMAIC ، النموذج $ARIMA(0,1,1)(0,1,1)_{12}$.
- 3- عند استخدام معيار خطأ التنبؤ للبيانات المتنبأ بها في السلسلة الزمنية $X_{1,t}$ لنماذج موسمية مضاعفة مختلفة فقد أعطى أقل قيمة للنموذج $ARIMA(0,1,1)(0,1,1)_{12}$ وهو نفس النموذج الذي تم اختياره من قبل معايير تحديد الرتبة . وكذلك بالنسبة للسلسلة $X_{2,t}$ فقد تبين بان معيار خطأ التنبؤ أعطى أقل قيمة للنموذج $ARIMA(0,1,1)(0,1,1)_{12}$ وهو نفس النموذج المختار باستخدام معايير تحديد الرتبة .

المصادر :

1. الحافظ , هبة سليمان داود (2007) . " مقارنة متكهنات بوكس – جنكنز مع بعض الأساليب الذكائية مع التطبيق " , رسالة ماجستير , غير منشورة , كلية علوم الحاسبات والرياضيات , الموصل , العراق .
2. الليلة , ظافر ميسر (2006). "التكهن بالسلاسل الزمنية المتعددة باستخدام المكونات الرئيسية" , رسالة ماجستير , غير منشورة , كلية علوم الحاسبات والرياضيات , الموصل , العراق .
3. Akaike,H., (1970)."Statistical Predictor Identification", Annals of the Institute of Statistical Mathematics,22, pp.203-217.
4. Akaike, H., (1973) ." Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle", In Second International Symposium on Information Theory.
5. Akaike, H.,(1978)."A new look at the Bayes Procedure", Biometrika ,65,pp.53-59.
6. Chatfield Chris, (2004). " Time – Series Forecasting " , 6ed . Chapman & Hall / CRC, Floriden
7. Comwpertwait Paul.S.P. & Metcalf Andrew.V., (2009). " Introduction to Ttime Series with Rⁿ " ,Spring, New York.
8. Hurvich, C.,M. and Tsai, Chi, (1989).“Regression and Time Series Model Selection in Small Samples", Biometrika, 76, pp.297-307 .
- 9.Kadilar & Erdemir, (2003)."Modification of The Akaike Information Criterion to Account for Seasonal Effects",Journal of Statistical Com- putation and Simulation , Vol. 73(2), pp. 135-143 .
- 10.Mcquarrie, A., D., R., and Tsai,Ch.,(1998)“Regression and Time Series Model Selection” ,World Scientific Publishing Company, Singapore.
- 11.Sen Liew Khim & Shitan Mahnendran ,(2002) ." The Performance of AICC as an Order Selection Criterion in ARMA Time Series Models", January of Pertanika J . Sci .& Technol, Vol 10(1) ,pp. 25-33
- 12.Shumway Robert H. & Stoffer David .S., Springer ,(2006) . "Time Series Analysis and its Applications with R Examples", 2nd edition , Science & Business Media , LLC,US.