

## Combination of Fuzzy Logic and Kriging Technique Under Uncertainty for Spatial Data Prediction

Safa Zuhair Ibrahim<sup>1\*</sup>, Ghanim Mahmood Dhaher<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Department of Mathematics, College of Education for Pure Sciences, University of Mosul, Mosul, Iraq

Email: <sup>1\*</sup>[safa.20esp6@student.uomosul.edu.iq](mailto:safa.20esp6@student.uomosul.edu.iq), <sup>2</sup>[ghanim-hassod@uomosul.edu.iq](mailto:ghanim-hassod@uomosul.edu.iq)

(Received June 11, 2022; Accepted August 07, 2022; Available online September 01, 2022)

DOI: [10.33899/edusj.2022.134166.1249](https://doi.org/10.33899/edusj.2022.134166.1249), © 2022, College of Education for Pure Science, University of Mosul.  
This is an open access article under the CC BY 4.0 license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

### Abstract.

This paper deals with the spatial prediction in Geostatistics. This paper depend on interpellation methods of spatial statistic (ordinary kriging technique) to combination with fuzzy logic under uncertainty for spatial data prediction. This work includes the best linear unbiased estimator prediction by using formal of linear prediction and variance kriging to find prediction by Applying on real spatial data. The data adopted from real spatial data represented the depth of real underground water wells with real location from Mosul city/Iraq. We took (100) real data with locations in study area. We applied empiricism variogram function to get the properties of variogram function. We combination between kriging technique with fuzzy logic (Mamdani Fuzzy Model). To get the best Mathematical model under uncertainty. We getting the results between kriging and fuzzy logic using Matlab language. This study is a continuation of the research conducted in this context Which is very important to highlight.

**Keywords:** Geostatistics, Ordinary kriging, fuzzy logic, underground water wells.

### مزيج من المنطق الضبابي وتقنية كريكنك في ظل عدم اليقين لتنبؤ البيانات المكانية

صفا زهير ابراهيم<sup>1\*</sup>، غانم محمود ظاهر<sup>2</sup>

<sup>2,1</sup> قسم الرياضيات، كلية التربية للعلوم الصرفة، جامعة الموصل، الموصل، العراق

### الخلاصة

يتناول البحث مسألة التنبؤ المكاني في الاحصاء الجيولوجي. إذ اعتمد البحث على استعمال تقنيات الاستكمال المكاني (تقنية كريكنك الاعتيادي) بالاعتماد على اسلوب المنطق والاستدلال الضبابي لأجل الحصول على افضل تنبؤ خطي غير متحيز. واوجدت صيغ للمنتبئ الخطي وصيغ تباين كريكنك لإيجاد التنبؤ من خلال التطبيق على بيانات حقيقية مكانية. البيانات التي اعتمدت في هذا البحث هي بيانات حقيقية مكانية تمثل عمق المياه الجوفية لأبار مياه جوفية في مدينه الموصل العراق إذ اخذت (100) قيمة حقيقية مكانية لأبار مياه جوفية مع مواقعها الحقيقية في حقل الدراسة. وطبقت دالة الفاريوكرام التجريبية للبيانات المعتمدة لأجل الحصول على مميزات وخصائص دالة الفاريوكرام. ومن خلال استعمال تقنية كريكنك واسلوب الاستدلال الضبابي (اسلوب ممداني) تم الحصول على نموذج رياضي مقترح بين تقنية كريكنك واسلوب ممداني الضبابي تحت ظل خاصية عدم اليقين.

وقد تحصلنا على نتائج مقارنة بين الاسلوبين والنتائج مشجعة من خلال التحقق من صحة النتائج باستخدام صيغ رياضية معروفة مثل متوسط التربيعي للخطأ ومقدر تباين كريكناك، جميع الحسابات استخدمت بلغة (Matlab). هذه الدراسة هي استمرار للبحث الذي اجري في هذا السياق والذي من المهم جدًا تسليط الضوء عليه.

**الكلمات المفتاحية:** الاحصاء الجيولوجي، كريكناك الاعتيادي، المنطق الضبابي، بيانات المياه الجوفية.

## المقدمة.

ان الدراسات والبحوث التي تتناول بيانات البيئة مثل بيانات الصحة ، وبيانات التلوث ، وبيانات المياه الجوفية تهدف بالأساس لمعرفة صورة البيانات الحقيقية المكانية للحصول على اقل تكلفة وافضل طريقة لتحسين الموارد المائية وكذلك لتحسين البيانات في بيانات التربة من اجل زيادة الانتاج وتحسين جودته. وتقنيات الاحصاء الجيولوجي هي احدث طرق تحسين التنبؤ والتقليل من خاصية عدم اليقين<sup>[1]</sup>. ومن اهم طرق الاستكمال المكاني هي تقنيات كوكريكناك بأنواعها (كريكناك البسيط، كريكناك الاعتيادي، كريكناك الشامل، كوكريكناك)<sup>[2]</sup>. وكثير من البحوث تناولت مسألة عدم اليقين في نتائج التنبؤ المكاني وتقييم التباين بواسطة عينات<sup>[3]</sup>. ولدراسة التباين المكاني لا بد من معرفة الارتباط المكاني الذي يعطي فكرة لتوزيع المتغيرات المكانية والاختفاء العشوائية . ثم تم تطوير تقنية كريكناك لتأخذ عدة انواع منها (البسيط ، الاعتيادي ، الشامل ، كوكريكناك). إذ عتمد على معرفة الوسط من ثابت الى غير معلوم او الى دالة معنية او أنواع تأخذ متغيرات متعددة.

## الجزء العملي

### 1. تقنيات الاحصاء الجيولوجي

يعتبر (George Matheron) من اوائل الباحثين في موضوع الاستكمال المكاني للاحصاء الجيولوجي. حيث يهتم الاحصاء الجيولوجي بالمتغيرات المكانية او المشاهدات (الظواهر) وتناولت الدراسات المتغيرات العشوائية<sup>[4]</sup>. ثم تم تطوير تقنية كريكناك (Kriging) من الناحية النظرية من قبل العالم (Matheron) بالاعتماد على رسالة الماجستير للعالم (Danie Krige) لتقدير التوزيع المحتمل لمناجم الذهب بناءً على عينات معينة . وكريكناك هي طريقة لتنبؤ واسم كريك (Krige) هو العالم (Danie Krige) الذي اوجد نظرية المتغير المكاني واطلقت الطريقة على اسمه<sup>[3]</sup>.

### Varigram Function

### 2. دالة الفاريوكرام

المتغير العشوائي  $z(x)$  هو متغير مكاني له قيمة حقيقية لظاهرة معينة مثل عمق المياه الجوفية ، نسبة التلوث في الجو ، قيمة حقيقية لمعدن في التبعدين ،... الخ<sup>[5]</sup>. وان  $x$  هو الموقع (Location) لتلك الظاهرة ويكون في بعدين  $(x,y)$  في المستوي او في ثلاثة أبعاد  $(x,y,z)$  في الفضاء .

ويمكن تعريف دالة الفاريوكرام  $2\gamma(h)$  كالآتي:  $2\gamma(h) = E[z(x) - z(x+h)]^2$

وفي عام (1951) وجد العالم Krige أن قيم معاملات الارتباط المحسوبة

$$\rho = \frac{cov[z(x), z(x+h)]}{\sigma(z(x)).\sigma(z(x+h))}$$

تكون صغيرة وتعطي نتائج غير دقيقة وبالتالي تؤدي الى تفسير خاطئ للنتائج وللنموذج الرياضي المقترح حيث ان التباينات بين المشاهدات تكون احيانا كبيرة وغير معروفة ولذلك اقترح العالم (Krige) دالة الفاريوكرام  $(2\gamma(h))$  وتعرف بالصيغة الرياضية الآتية:

$$(1)2\gamma(h) = \frac{1}{n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} [z(x_i) - z(x_i+h)]^2$$

إذ إن دالة الفاريوكرام التجريبية تقيس متوسط درجة الاختلاف المشاهدات المكانية التي تبعد عن بعضها البعض بإزاحة  $(h)$ ،  $n(h)$  تمثل أزواج المشاهدات  $z(x_i + h)$ ،  $z(x_i)$  متغير دالة الفاريوكرام دالة تمثل درجة استقرارية الظاهرة المدروسة (معدن، مياه جوفية، تلوث بالغازات) كأداة مهمة ومعتمدة لأجل تحليل بنية دوال التغيرات [6]، [7].

### Kriging Technique

### 3. تقنية كريكنك

تعتمد طريقة كريكنك وهي تعتبر إحدى طرق الاستكمال المكاني التي تعتمد أساساً على عملية كاوس (Gaussian Process) تحت ظل عدم اليقين (Uncertainly) إذ إن ان تقنية كريكنك تعطي أفضل تنبؤ خطي غير متحيز (Best Linear Unbiased Prediction) حيث تستخدم تقنية كريكنك في مجال التحليل وتجارب الكمبيوتر. وتعرف تقنية كريكنك أيضاً باسم تنبؤ وينر (Wiener Kolomogrove) [2].

### Ordinary Kriging (Ok)

### 4. كريكنك الاعتيادي

في هذا النوع من انواع تقنيات كريكنك التي تسمى كريكنك الاعتيادي (Ok) يفترض ان الوسط غير معلوم في منطقة الدراسة (D) لكنه ثابت في المنطقة الجزئية  $A \subseteq D$  والطريقة (حيث  $\delta(x)$  يمثل الخطأ او متوسط المجال العشوائي ويساوي صفراً وان:

$$E[z(x) - z(x + h)]^2 = E[\delta(x) - \delta(x + h)]^2 = 2\gamma(x, x + h) \quad (2)$$

وان مقدر كريكنك الاعتيادي (kriging estimator) عند  $x_0$  للبيانات المكانية  $z(x_i)$  حيث  $i = 1, 2, \dots, n$  هي متغيرات عشوائية مكانية و يعرف المقدر كالاتي :

$$(3) \hat{z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(x_i)$$

حيث  $z(x_0)$  تمثل متغيرات مكانية عند  $x_0$ ،  $\lambda_i$  تمثل الاوزان حيث  $i = 1, 2, \dots, n$  ويعرف على انه مقدر غير متحيز ويتطلب هذا المقدر ان تكون الاوزان مجموعها يساوي واحد

$$(4) E[\sum \lambda_i z(x_i)] = E[z(x_0)] = \sum \lambda_i E[z(x_i)]$$

ومن اجل تقليل خطأ التباين

$$(5) \text{var}(z(x_0) - \hat{z}(x_0)) = \sigma_{ok}^2$$

$$(6) L = [1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i] 2\mu + \sigma_{ok}^2$$

وبأخذ  $\mu$  و  $\lambda$  وجعله يساوي صفراً نحصل على

$$(7) \frac{1}{2} \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum c_r(x_i - x_0) - \mu + c_r(x_j - x_i) = 0$$

$$(8) \frac{1}{2} \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i = 0$$

لذلك فان نظام معادلات كريكنك الاعتيادي هو  $\sum \lambda_i = 1$ ،  $\sum c_r(x_i - x_0) - \mu + c_r(x_j - x_i)$

إذ ان  $c_r$  هو التباين المشترك للمقدر الثاني وان مجموع الاوزان  $\sum \lambda_i = 1$  كريكنك الاعتيادي هو إحدى التقنيات للاستكمال المكاني الذي يسمح لتحديد شكل مباشر دالة الفاريوكرام بدلا من دالة التغيرات لذلك فعند الحصول على اوزان كريكنك وعلى معلمة مضاعف لاكرانج فان تباين مقدر كريكنك يكون كالاتي:

$$(9) \sigma_{ok}^2 = C(0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i C_r(x_i - x_0) - \mu$$

لدقة التنبؤ ممكن اعطاء فكرة وفهم افضل باستخدام مقاييس صحة الخطأ منها المقياس الاول MSE يعرف بمتوسط الخطأ التربيعي حسب المعادلة (10)، ويشار الى الجذر التربيعي لخطأ متوسط المربعات بواسطة (RMSE) طبقا للمعادلة (11) وهو يعطي إشارة إلى تشتت دقة التنبؤ أو تباينها. يمكن أن يكون مرتبطاً بتباين النموذج. في اغلب الأحيان ، من الصعوبة تفسير قيمة RMSE لأنه لا يمكن معرفة فيما إذا كانت قيمة التباين منخفضة أم عالية [8].

$$(10) MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\hat{z}(u_i) - z(u_i)]^2$$

$$(11) RMSE = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\hat{z}(u_i) - z(u_i)]^2 \right]^{0.5}$$

### Fuzzy Set

### 5. المنطق الضبابي

المجموعة الكلاسيكية او التقليدية يمكن لأي عنصر اما ينتمي او لا ينتمي للمجموعة، [9]. فمثلا لدينا المجموعة A والمجموعة U وتعرف الدالة  $\mu_A$  والتي تعطي اي عنصر من عناصرها درجة انتمائه للمجموعة A بالتقيد عنها بـ  $\mu_A(x) = 1$  (يدل رقم 1 الى صورة انتماء العنصر للمجموعة) واذا كان العنصر للمجموعة U اي ان عنصر ينتمي للمجموعة A اما اذا كان العنصر  $x$  لا ينتمي لـ A فان الدالة  $\mu_A$  تعطيه (0) اي  $\mu_A(x) = 0$  لذلك تكتب  $\mu_A$  كالاتي :  $x \rightarrow \mu_A: U \rightarrow \{0,1\}$  ،  $\mu_A(x)$

وتعرف المجموعة الضبابية بانها يمكن لعنصر ما ان يكون ينتمياً الى حد معين للمجموعة. لتكن U هي تمثل درجات الحرارة في الكون مثلا ولتكن A مجموعة درجات التي توصف بانها باردة فاذا اخذنا  $x$  عنصر هو (-100) فهي باردة جدا لذلك فهي تنتمي الى A اي ان  $\mu_A(x) = 1$  اما اذا اخذنا  $x = 500$  فأنها درجة الحرارة حارة جدا لذلك  $x$  لا تنتمي ابدا الى A. في حين أنه في المنطق الضبابي يمكن القول ان  $x$  ينتمي 50% الى A وان درجة الحرارة  $x = 12$  نصف باردة  $\mu_A(x) = 0.5$  اذا تعرف الدالة  $\mu_A$  كالاتي :  $x \rightarrow \mu_A: U \rightarrow [0,1]$  حيث يمكن للدالة ان تعطي نتائج ضمن الفترة [0,1]

### Fuzzy Rules

### 6. القواعد الضبابية

تعرف القاعدة الضبابية بأنها عبارة عن شرطين بالصيغة IF X is A THEN Y is B حيث x,y متغيرات لغوية A , B

قيم لغوية تحدها مجموعات ضبابية (Fuzzy sets). في بعض البحوث تستخدم ثلاث قواعد وفي بحثنا استخدمت تسع قواعد للإعطاء اكثر دقة [10].

### Fuzzy Inference Theory

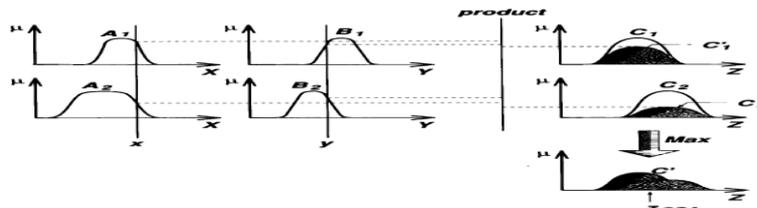
### 7. نظرية الاستدلال الضبابي

في هذه الدراسة تم اقتراح طريقة بحيث تساعد بإنشاء سطح ضبابي تحت ظل عدم اليقين (Uncertainty) فضلا عن نتائج اسلوب المنطق الضبابي، حيث تناولت الدراسة نهجاً لدمج بين تقنيات الاستكمال المكاني مع نظرية المنطق الضبابي للحصول على افضل نموذج رياضي. والتقنية الاكثر شيوعا في الاستدلال الضبابي ما يسمى بطريقة مداني الذي تتضمن اربع خطوات اساسية سيأتي شرحها لاحقا [11].

### Mamdani Fuzzy Model

### 8. نموذج مداني الضبابي

اقترح نظام مداني للاستدلال الضبابي لأجل التحكم في المحرك البخاري من خلال مجموعة قواعد التحكم التي تم الحصول عليها من التطبيق العملي والشكل (1) التالي يوضح كيفية اشتقاق نظام مداني الضبابي المكون من ادخال x و y للحصول على الناتج الاجمالي z وكذلك اعتمدنا نهجا جبريا كحد اقصى للإدخال واستخدمنا تركيبة max-product بدلا من max-min الاصلية إذ ان الناتج المستخدم من كل قاعدة هو مجموعة ضبابية تم تصغيرها من خلال حاصل ضرب الجبري [12]. انظر شكل (1)



شكل (1) : نظام استدلال مداني الضبابي باستخدام min - max واستدلال مداني يتضمن اربع قواعد اساسية نتناولها بالتفصيل [13].

Fuzzification

أولاً: القاعدة الأولى: التشويش

نأخذ المدخلات  $x, y$  ونحدد الدرجة التي ينتمي إليها هذه المدخلات لكل مجموعة من المجموعات الضبابية المناسبة.

Rule Evaluation

ثانياً: القاعدة الثانية: تقييم القاعدة

نأخذ المدخلات الضبابية وطبقها على القواعد الضبابية ، اذا كانت قاعدة الضبابية المعينة لها العدد من الطرق فسيتم استخدام (AND , OR) للحصول على رقم واحد يمثل نتيجة التقييم ويتم بعد ذلك تطبيقه على دالة العضوية اللاحقة.

Aggregation of the rule outputs

ثالثاً: القاعدة الثالثة: تجميع مخرجات القاعدة

نقصد بها توحيد مخرجات لجميع القواعد والدمج بدالة  $\max$

Defuzzification

رابعاً: القاعدة الرابعة: ازالة التشويش

الادخال هو مجموعة ضبابية من مدخلين والمخرجات هي مخرج واحد. ونستخدم في ازالة التشويش القيمة المتوسطة للمنطقة (Centroid of Area(CoA)) ونأخذ النقطة التي يقطع بيها الخط العمودي مجموعة الى منطقتين او اكثر وتعرف رياضيا كالآتي:

$$(12) y_{CoA} = \frac{\int_{y \in Y} \mu(y) y dy}{\int_{y \in Y} \mu(y) dy}$$

تحليل البيانات

1. بيانات الدراسة

البيانات المعتمدة في هذا البحث هي بيانات حقيقية  $z(x)$  لآبار مياه جوفية مع مواقعها  $(x,y)$ . البيانات اخذت من سجلات آبار مياه جوفية في مدينة الموصل/العراق (الهيئة العامة للمياه الجوفية/فرع نينوى سجلات, 2020)<sup>[14]</sup>. وتمثل  $z(x)$  العمق للمياه الجوفية وتتكون من (100) قيمة حقيقية مع مواقعها الحقيقية في مجال الدراسة. باستخدام هذه البيانات الحقيقية وطبقت دالة الفاريوكرام التجريبية (1) لشبكة منتظمة من القيم الحقيقية وتم الحصول على نتائج دالة الفاريوكرام لبيانات العمق كما في الجدول رقم (1).

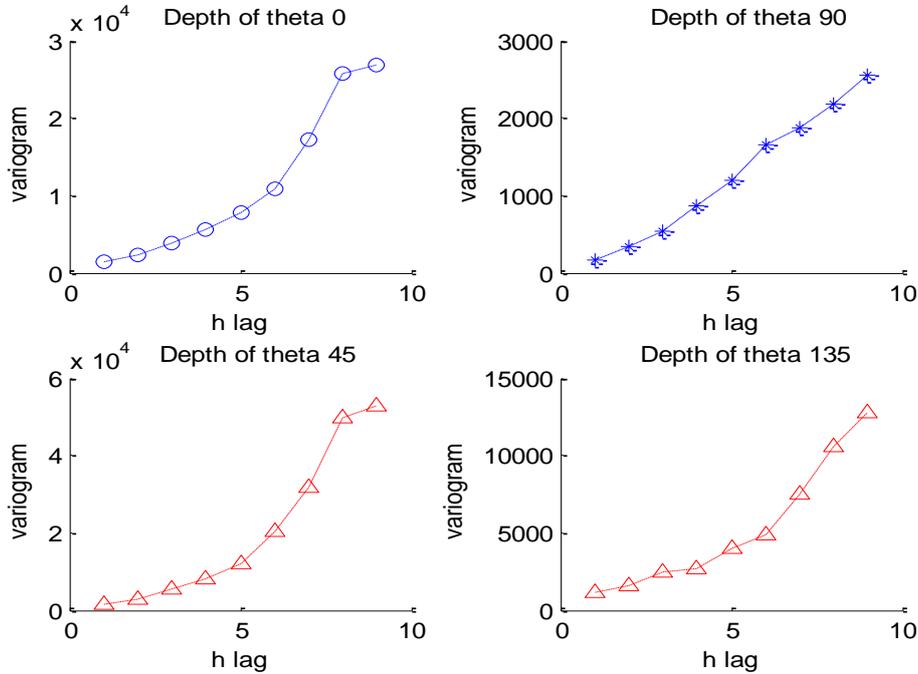
جدول (1): دالة فاريوكرام لبيانات العمق

Lag h	Depth		Lag H	Depth	
	Variogram ( $\theta = 0^\circ$ ) 1.0 e+004*	Variogram ( $\theta = 90^\circ$ ) 1.0e+003*		Variogram ( $\theta = 45^\circ$ ) 1.0e+004*	Variogram ( $\theta = 135^\circ$ ) 1.0e+004*
1	0.1319	0.1537	1.414	0.1530	0.1177
2	0.2303	0.3449	2.828	0.3014	0.1571
3	0.3909	0.8585	4.243	0.5307	0.2426
4	0.5480	0.8585	5.657	0.7894	0.2737
5	0.7740	1.2037	7.071	1.2182	0.3960
6	1.0936	1.6522	8.485	2.0366	0.4895
7	1.7273	1.8666	9.899	3.1626	0.7536
8	2.5772	2.1877	11.313	4.9702	1.0536
9	2.6915	2.5577	12.727	5.2900	1.2769

جدول (1) يوضح نتائج دالة variogram لبيانات العمق في جميع اتجاهات البوصلة للزوايا

مع المسافة  $h$  ( $0^\circ, 90^\circ, 45^\circ, 135^\circ$ ). العمود الاول يتضمن الازاحة  $h$  ( $h = 1, 2, \dots, 9$ ) وبتطبيق دالة الفاريوكرام التجريبية لزاويتين ( $\theta = 0^\circ, 90^\circ$ ) كون الازاحة هي نفسها في حالة الزاويتين. في عمود الثاني يوضح نتائج دالة الفاريوكرام عند ( $\theta = 0^\circ$ ) مضروبة في ( $1.0 e+004$ ) لبيانات العمق Depth وبنفس الطريقة العمود الثالث يعطي نتائج دالة الفاريوكرام

عند  $(\theta = 90^\circ)$  مضروبة في  $(1.0 \text{ e}+004)$ . في العمود الرابع قيم  $(\text{lag } h)$  تبدأ  $(h = 1.414, \dots, 2.828, \dots, 12.727)$  هذه الازاحة لزاويتين  $(\theta = 45^\circ, 135^\circ)$  وبتطبيق دالة الفاريوكرام حصلنا على نتائج موضحة في العمود الخامس للزاوية  $(\theta = 45^\circ)$  مضروبة في  $(1.0 \text{ e}+004)$  وفي العمود الاخير نتائج دالة الفاريوكرام  $(\theta = 135^\circ)$  مضروبة في  $(1.0 \text{ e}+004)$  لبيانات العمق Depth. انظر الشكل (2) يوضح رسومات دالة الفاريوكرام لبيانات العمق.



شكل (2): يوضح دالة الفاريوكرام لبيانات العمق لكل الزوايا

حيث رسم المنحني (عند  $\theta = 0^\circ$ ) يوضح الاحداثي السيني قيم المسافة  $h$ ، والمحور  $y$  يوضح دالة الفاريوكرام لبيانات العمق لأبار مياه جوفية، وبنفس الطريقة رسمنا منحني دالة الفاريوكرام (عند  $\theta = 90^\circ$ )، وكذلك الرسم عند  $(\theta = 45^\circ)$  و  $(\theta = 135^\circ)$  وحسب ما هو موضح في الشكل (1) فان دوال الفاريوكرام في جميع الزوايا تسلك سلوكا واحداً حسب المسافة  $h$ .

جدول (2): خصائص دالة الفاريوكرام لبيانات العمق

Theta/Pro.	Min	Max	Mean	Std	Rang
Theta $0^\circ$	1319	2.691e+004	1.129e+004	2.739	8
Theta $45^\circ$	153.7	2558	1263	2.739	8
Theta $90^\circ$	1530	5.29e+004	2.05e+004	2.739	8
Theta $135^\circ$	1177	1.277e+004	5290	2.739	8

الجدول (2) يوضح خصائص دالة فاريوكرام لبيانات العمق (الحد الأدنى، الحد الأقصى، المتوسط، الانحراف المعياري، والمدى). لجميع زوايا البوصلة  $(0^\circ, 90^\circ, 45^\circ, 135^\circ)$ .

جدول (3): خصائص معدل دالة الفاريوكرام لبيانات العمق

Theta/Pro.	Min	Max	Mean	Std	Rang
Theta 90°،0°	0.07364	1.474	0.6278	2.739	8
Theta45°،135°	0.1354	3.283	1.29	3.873	11.31

يوضح خصائص معدل العمق (الحد الأدنى ،

الجدول (3)

دالة الفاريوكرام لبيانات

الحد الأقصى ، المتوسط ، الانحراف المعياري، والمدى). معدل المنحنى عند الزاويتين (0°، 90°) يوضح خصائص دوال الفاريوكرام للمسافة (h = 1,2, ..., 9) كون ان المسافة متساوية للزاويتين ومعدل المنحنى عند الزاويتين (45°، 135°) يوضح الخصائص لدوال الفاريوكرام مع المسافة (h = 1.414 , 2.828 , ..., 12.727). ولكون المسافة متساوية للزاويتين تم اخذ المعدل.

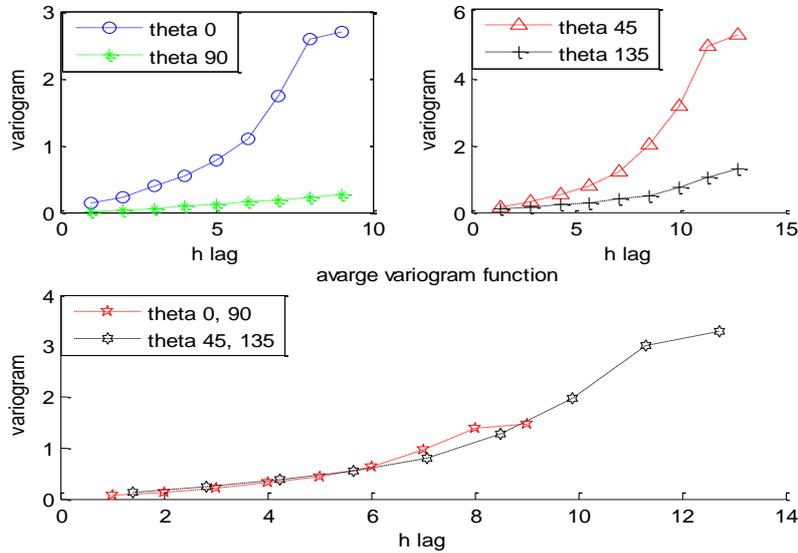
جدول(4): معدل دوال الفاريوكرام

جدول (4) يوضح معدل خصائص دوال الفاريوكرام للزاويتين (0° , 90°) وكذلك للزاويتين (45°، 135°)

0° , 90° Theta	0.0736	0.1324	0.2224	0.3169	0.4472	0.6294	0.9570	1.3980	1.4736
Theta45° ,135°	0.1354	0.2292	0.3866	0.5316	0.8071	1.2631	1.9581	3.0119	3.2835

يوضح الشكل(3) رسومات منحنى دوال الفاريوكرام لزاويا (0° , 90°) للشكل الاول كلا على حدة ولمنحني دوال الفاريوكرام

لزاويا (45°، 135°) كلا على حدى في الشكل الثاني اما في الشكل الثالث فقد أخذ المعدل للزاويتين (0° , 90°) والمعدل للزاويتين (45°، 135°).



شكل(3):دوال الفاريوكرام لجميع الزوايا مع معدل دالة الفاريوكرام

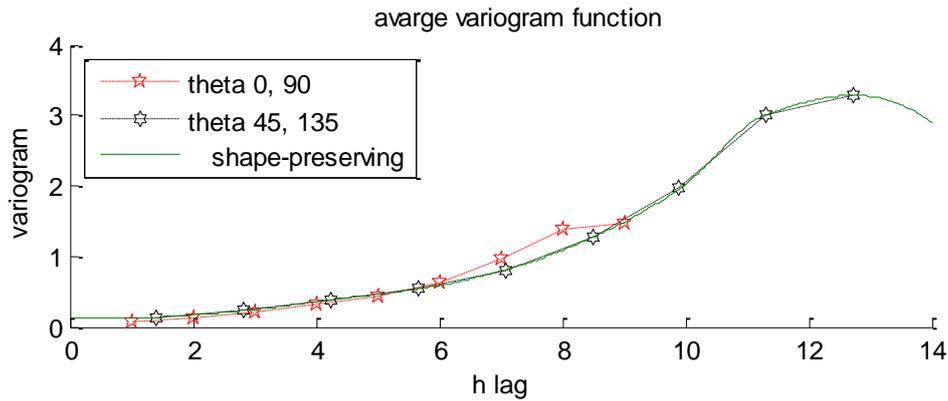
يوضح الشكل (4) معدل دالة الفاريوكرام للزاويتين (0° , 90°) حيث يمر المنحني لمعدل دالة الفاريوكرام لجميع النقاط

الموضحة باللون الاحمر. نلاحظ من خلال نتائج دوال الفاريوكرام لجميع الزوايا وخصائص دوال الفاريوكرام ومعدلها للزاويتين (90°

, 0°) نلاحظ  $c_0 = 0.0736$  ,  $c_0 + c = 1.474$  ,  $a = 8$  يوضح الشكل (4) معدل دالة الفاريوكرام للزاويتين ( , 45°

135°) مع خاصية (shape-preserving) استكمال الشكل إذ يمر المنحني لمعدل دالة الفاريوكرام لجميع النقاط الموضحة باللون

الاسود.



شكل (4): معدل دالة الفاريوكرام للزاويا (0°, 90°) و (45°, 135°) مع خاصية (shape-preserving)

نلاحظ من خلال نتائج دوال الفاريوكرام لجميع الزوايا وخصائص دوال الفاريوكرام ومعدلها للزاويتين (45°, 135°) نلاحظ  $c_0 = 0.1354$ ,  $c_0 + c = 3.283$ ,  $a = 11.31$  منحني بيانات العمق هي الاقرب الى النموذج الكروي لوظائف التغير، والتي يتم تعريفها على النحو التالي:

$$\gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c & , h > a \\ c_0 + c \left[ 1.5 \left( \frac{h}{a} \right) - 0.5 \left( \frac{h}{a} \right)^3 \right] & , h < a \\ c_0 & , h = a \end{cases}$$

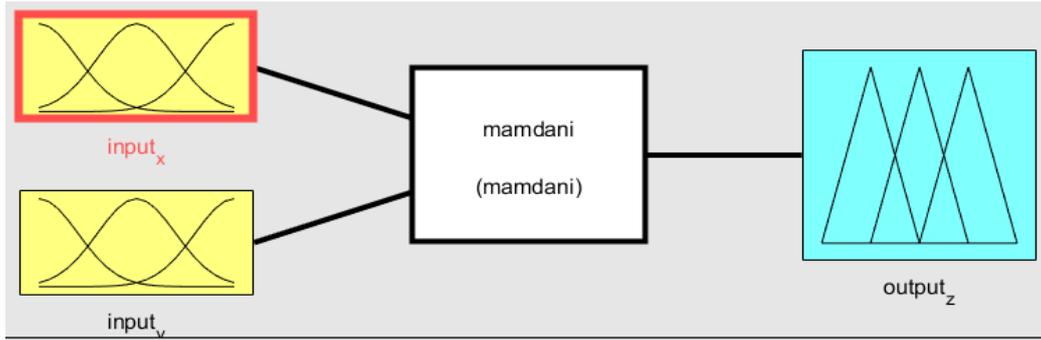
إذ إن  $h = a$  هو المدى،  $c_0$  هو Nugget effect تأثير الكتلة و  $c_0 + c$  هو التباين. ونلاحظ في الشكل (3) والشكل (4) ان الاستقرار لمعدلي دالة الفاريوكرام ( $\theta = 0^\circ, 90^\circ$ ) باللون الاحمر يستقر عند المدى ( $a = 8$ ) اما منحنى معدل الدالة للزاويتين  $\theta = 45^\circ, 135^\circ$  باللون الاسود في شكل رقم (3) وشكل (4) يستقر عند ( $a = 11.31$ ) مما يدل على استقرار المنحنى وهذا يتحقق خاصية الاستقرار (stationary). أربعة مواقع عشوائية طبقت في هذا التنبؤ للحصول على افضل مقدر باستخدام الازان لكل متغير نلاحظ ان مجموع الازان في تنبؤ اولي (ok) تساوي واحد وهو شرط يثبت كفاءة عملية التنبؤ عمق البيانات لآبار مياه جوفية مع اجراءات صحة التنبؤ للمقدر نلاحظ صغر النتائج في مقاييس MSE و RMSE وتوضح النتائج كالآتي:

في الموقع الاول (425.2,362.7) التنبؤ  $\hat{z}(x_0) = 145$  للعمق وان  $MSE=0.121$  و  $RMSE=0.3479$   
 وفي الموقع الثاني (430.5,365.8) التنبؤ  $\hat{z}(x_0) = 188$  للعمق وان  $MSE=0.275$  و  $RMSE=0.5244$   
 وفي الموقع الثالث (427.9,359.5) التنبؤ  $\hat{z}(x_0) = 214$  للعمق وان  $MSE=0.301$  و  $RMSE=0.5486$   
 وفي الموقع الرابع (433.8,368.5) التنبؤ  $\hat{z}(x_0) = 230$  للعمق وان  $MSE=0.109$  و  $RMSE=0.3302$ .

## 2. تطبيق ضبابي لبيانات آبار مياه جوفية (اسلوب ممداني)

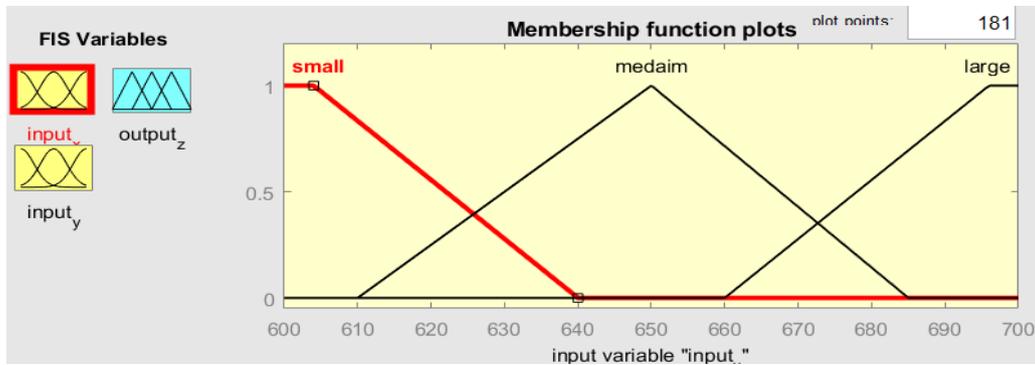
نموذج ممداني ضبابي يأخذ مدخلين مع تسع قواعد مع اخراج واحد والنموذج موضح كالآتي للإدخال ونتائج لاحقة لدوال العضوية مع  $X \in [600 700]$  و  $Y \in [0 400]$  حيث الشكل (5) يوضح الاحداثي السيني x-axis الادخال input والاحداثي الصادي y-axis الادخال input والعمق z depth يمثل الاخراج output. حيث

$$x \in Y \text{ و } y \in X \text{ على التوالي ما هي نتيجة الاخراج عندما } y = 270, x = 630$$



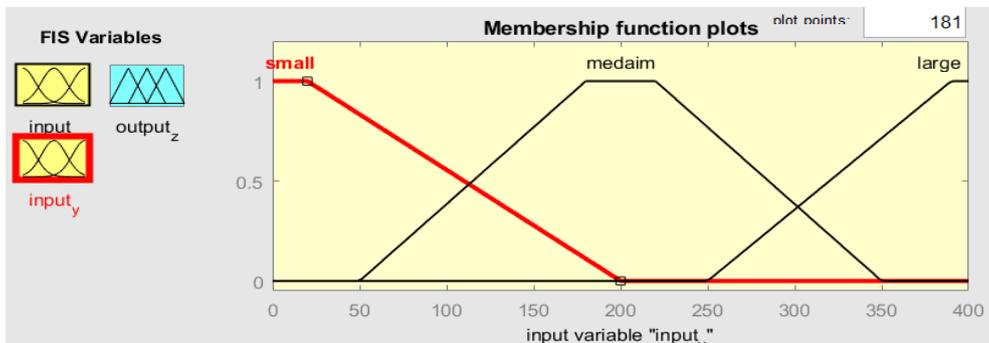
شكل (5) : مدخلات الاحداثيات (x,y) والايخراج z

الشكل (6) يتكون من ثلاث مجاميع ضبابية المجموعة الضبابية الاولى (Small)Fuzzy set1 وتشمل القيم x (640-604) لبيانات الادخال والمجموعة الثانية (Medium)Fuzzy set2 وتشمل القيم (610-650-685) لبيانات الادخال والمجموعة الثالثة (Large)Fuzzy set3 وهي تشمل القيم (660-696) لبيانات الادخال x



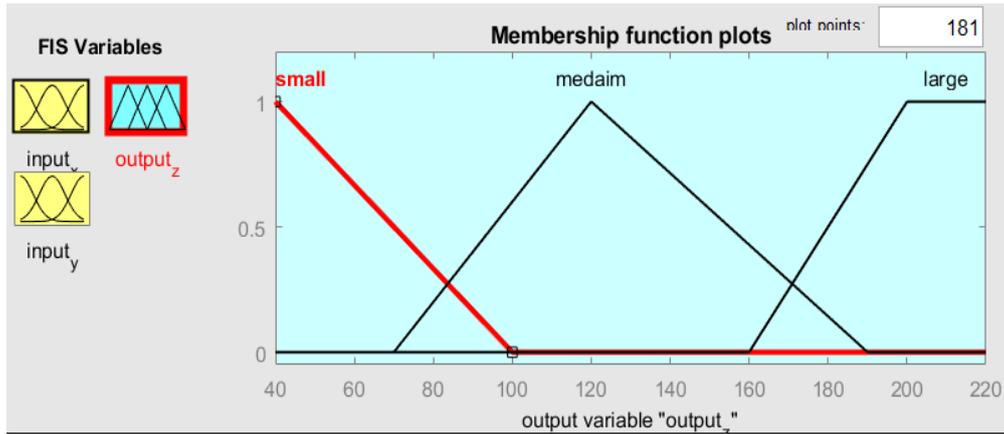
شكل (6) : رسم الدالة العضوية لبيانات الادخال (x)

الشكل (7) يتكون من ثلاث مجاميع ضبابية المجموعة الضبابية الاولى (small (Fuzzy set1) وتشمل القيم y (200-20) لبيانات الادخال y والمجموعة الضبابية الثانية (medium(Fuzzy set2) وتشمل القيم y (50-180-220-350) لبيانات الادخال y والمجموعة الضبابية الثالثة (Large(Fuzzy set3) وتشمل القيم y (250-390) لبيانات الادخال y وهذا يتوافق مع دراسة [15].



شكل (7): رسم الدالة العضوية لبيانات الادخال Y

الشكل (8) يتكون من ثلاث مجاميع ضبابية المجموعة الضبابية الاولى (small (Fuzzy set1) وتشمل القيم z (100-40) لبيانات الادخال z والمجموعة الضبابية الثانية (medium(Fuzzy set2) وتشمل القيم z (70-120-190) لبيانات الادخال z والمجموعة الضبابية الثالثة (Large(Fuzzy set3) وتشمل القيم z (160-200) لبيانات الادخال z .



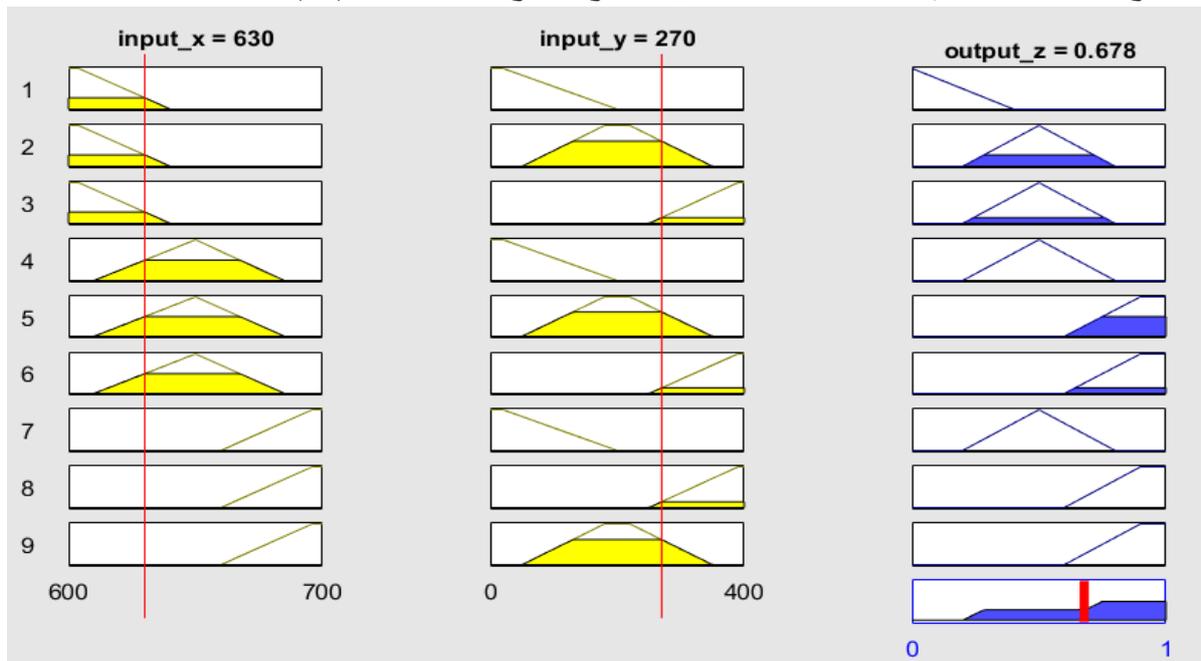
شكل (8) : رسم الدالة العضوية لبيانات الاخراج z

في الشكل (9) اخذنا تسع قواعد ضبابية من خلال الادخال x (small) والادخال y (median) الحصول على قيم z (large) تسع قواعد مع النتائج ادق وافضل من عدد اقل.

1. If (input\_x is small) and (input\_y is small) then (output\_z is small) (1)
2. If (input\_x is small) and (input\_y is medaim) then (output\_z is medaim) (1)
3. If (input\_x is small) and (input\_y is large) then (output\_z is medaim) (1)
4. If (input\_x is medaim) and (input\_y is small) then (output\_z is medaim) (1)
5. If (input\_x is medaim) and (input\_y is medaim) then (output\_z is large) (1)
6. If (input\_x is medaim) and (input\_y is large) then (output\_z is large) (1)
7. If (input\_x is large) and (input\_y is small) then (output\_z is medaim) (1)
8. If (input\_x is large) and (input\_y is large) then (output\_z is large) (1)
9. If (input\_x is large) and (input\_y is medaim) then (output\_z is large) (1)

شكل(9):القواعد الضبابية باستخدام if-then

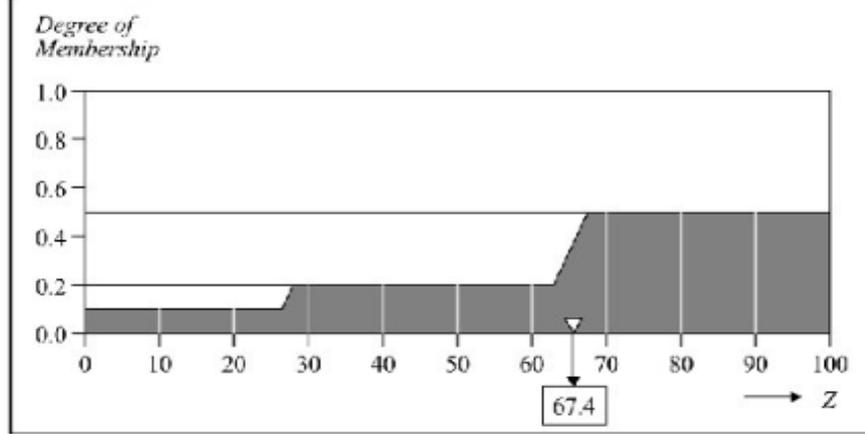
الشكل (10) يوضح قيم الادخال x اخذنا x=630 وقيم الادخال y اخذنا y=270 وباستخدام دالتي min حصلنا على نتيجة الاخراج z=0.678 ومن ثم دالة max للحصول على النموذج المقترح. حسب معادلة (12).



شكل(10):قواعد الادخال والاخراج مع دالتي min,max

الشكل (11) يوضح نتائج الدوال العضوية في  $[0,1]$  على المحور الصادي تبدأ من  $(0.1, 28)$  وهكذا لبقية الدوال كما

هو موضح في الجدول التالي (5)



شكل (11) نتائج دوال العضوية

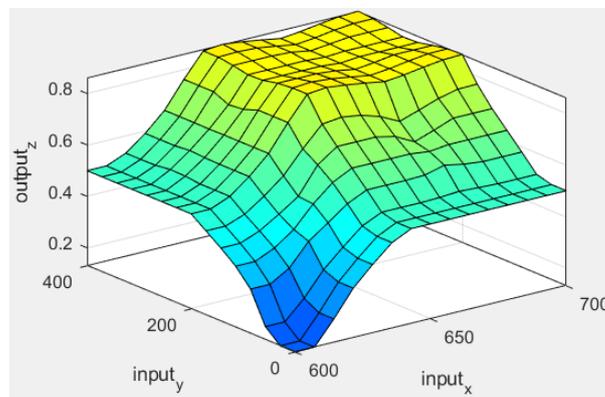
جدول (5) نتائج الدوال العضوية

Fuzzy sets	Membership function
Small	$\underline{L}(0.1, 28)$
Medium	$\Pi(24, 0.2, 0.2, 68)$
Large	$\Gamma(0.57, 100)$

يوضح جدول (5) اعلاه نتائج الدوال العضوية لمجاميع المجموعات الضبابية (*small, medium, large*) موضحة مع القيم المتقاطعة في المحورين الصادي و السيني لكل دالة عضوية وبذلك يحقق قيمة خطوة التشويش القيمة  $(67.4)$  وفي الدالة الاخيرة يكون  $(0.57)$  يقابل المحور الصادي و  $(100)$  هي نهاية الرسم للمجموعة الضبابية الاخيرة (*large*).

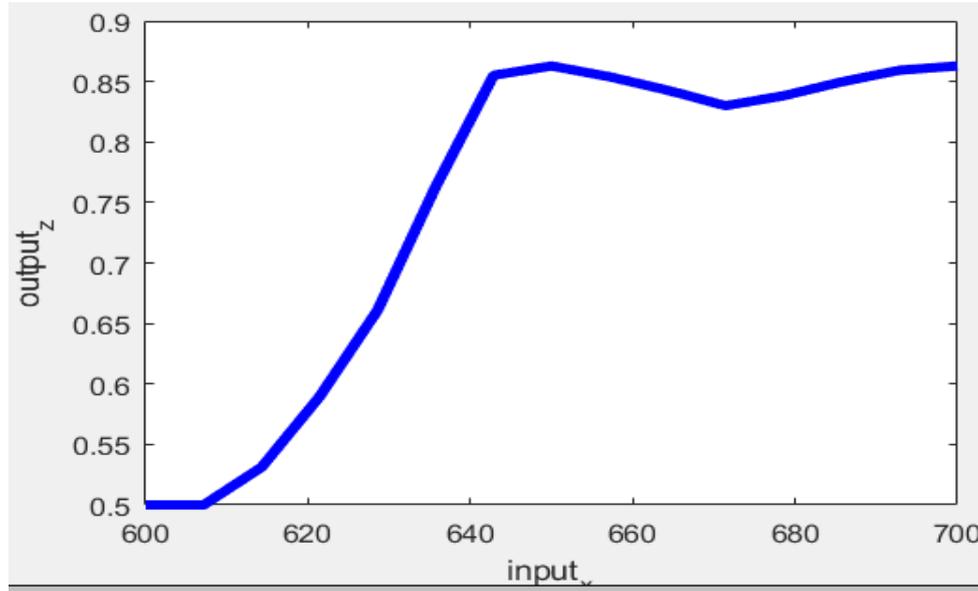
$$y_{coA} = \frac{(0 + 10 + 20) \times 0.1 + (30 + 40 + 50 + 60) \times 0.2 + (70 + 80 + 90 + 100) \times 0.5}{0.1 + 0.1 + 0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.5 + 0.5 + 0.5 + 0.5} = 67.4$$

الشكل (12) يوضح قيم الادخال الاحداثي السيني محور x الاحداثي الصادي محور y والنتائج z يمثل اخراج محور z لثلاثة ابعاد  $(x,y,z)$ .



شكل (12): نتائج لثلاثي الابعاد

شكل (13) يوضح نتائج الاخراج لدوال العضوية حيث يمثل محور  $x$  بيانات الادخال input ومحور  $y$  يمثل الدالة العضوية لقيم  $z$ . ونلاحظ ان سلوك الشكل البياني يقترب من نماذج الدوال العضوية (membership functions)



شكل (13): رسم الدوال العضوية (نتائج الاخراج)

#### الاستنتاجات والمناقشة

تم في هذا البحث تقديم التحليل المكاني لآبار المياه الجوفية باستخدام نموذج تقنية كريكناك ونموذج اسلوب ممداني الضبابي. وان اساس اسلوب التنبؤ المكاني هو تحليل البنية المكانية باستخدام تقنية كريكناك. وتحليل دالة التغير لآبار المياه الجوفية من خلال واسة خصائص دالة الفريوكوام التجريبية للتعرف على الصفات والخواص الاساسية منها (Nugget effect) عند نقطة الاصل، والانتقال للمنحنى من نقطة الاصل الى ان يستقر رسم المنحنى لدالة الفريوكوام والتي تسمى بالمدى مما يؤدي الى ظاهرة الاستقرلية (stationary). من خلال النتائج التي توصل اليها في تقنية كريكناك نلاحظ ان المتنبئ بها قريبة جدا من القيم الحقيقية لآبار المياه الجوفية التي تدعم عملية التنبؤ المكاني وكذلك تباين الخطأ تحت ظل عدم اليقين لقيمة المتغير العشوائي المكاني لجميع القيم المراد التنبؤ بها. ان اسلوب المنطق الضبابي (اسلوب ممداني) في التنبؤ يسمح لباحث معرفة وخطوات ايجاد نموذج رياضي عند تطبيق اسلوب ممداني الضبابي على البيانات المكانية لآبار المياه الجوفية. والنموذج الكروي هو النموذج الرياضي المقترح والاقرب باستخدام اسلوب تقنية كريكناك واسلوب ممداني الضبابي ونلاحظ أن التشتت في النماذج الضبابية يتم تقليده عند مقرنتها بإداء تقنيات الاحصاء الجيولوجي وان اداء تقنية كريكناك واسلوب ممداني الضبابي مستقر الى حد كبير من خلال مقاييس اداء صحة الخطأ (cross validation). ولأجل المقارنة بين التقنيتين تقنية كريكناك وأسلوب ممداني الضبابي هناك معايير مشتركة تدل على تحليل التمايز الخطي في تقنية كريكناك ، بينما الأخرى تعتمد على نهج المنطق الضبابي. هذا الأخير هو معيار مبتكر يعتمد على خطوة التشويش التي يتم إجراؤها من خلال نتائج الدوال العضوية . تم اختبار أداء الطرق الأربعة لاسلوب ممداني باستخدام مجموعة بيانات المياه الجوفية، تسلط النتائج الضوء على أن الطريقة ذات الاتجاه الضبابي تؤدي بشكل قريب قليلاً من حيث نسبة النتائج التي توصل اليها بالمقارنة مع معايير ومقاييس نسبة الخطأ في تقنية كريكناك. والتقنيتان (كريكناك وممداني) تتصفان بصفة مشتركة وهي صفة عدم اليقين.

وهذه النتائج تعود الى الهيئة العامة لآبار مياه الجوفية في محافظة نيوى / الموصل وتؤكد النتائج ان آبار مياه الجوفية مستوية في زدياد لحين يستقر المنحنى معدل دالة الفريوكوام ومن خلال التنبؤ نلاحظ ان المياه الجوفية بعد خاصية المدى تبقى ثابتة وأنه لا يوجد استوار لظاهرة المياه الجوفية بعد المدى.

المؤلفون ممتنون لجامعة الموصل وقسم الرياضيات في كلية التربية للعلوم الصرفة على دعمهم وتوفير جميع السبل اللازمة لإنجاز لهذا البحث.

## References

- [1] F. D. Trapero L, Bech J, Rigo T, Pineda N, "Uncertainty of precipitation estimates in convective events by the Meteorological Service of Catalonia Radar Network.," *Atmos Res*, vol. 93, no. 1, pp. 408–418, 2009.
- [2] L. A. Eldeiry, A. A., & Garcia, "Comparison of ordinary kriging, regression kriging, and cokriging techniques to estimate soil salinity using LANDSAT images. ," *Irrig. Drain. Eng.*, vol. 136, no. 6, pp. 355–364, 2010.
- [3] H. R. Erdin, R., Frei, C., & Künsch, "Data transformation and uncertainty in geostatistical combination of radar and rain gauges.," *Hydrometeorology*, vol. 13, no. 4, pp. 1332–1346, 2012.
- [4] W. H., "Multivariate geostatistics: an introduction with applications.," *Springer Sci. Bus. Media.*, 2013.
- [5] H. Xie, H., Zhang, X., Yu, B., & Sharif, "Performance evaluation of interpolation methods for incorporating rain gauge measurements into NEXRAD precipitation data: a case study in the Upper Guadalupe River Basin.," *Hydrol. Process.*, vol. 25, no. 24, p. 371, 2011.
- [6] M. Garrigues, S., Allard, D., Baret, F., & Weiss, "Quantifying spatial heterogeneity at the landscape scale using variogram models. ," *Remote Sens. Environ.*, vol. 103, no. 1, pp. 81–96, 2006.
- [7] W. Somayasa, W.; Sutiari, D.K.; Sutisna, "Optimal prediction in isotropic spatial process under spherical type variogram model with application to corn plant data.," *Phys. Conf. Ser.*, 2021.
- [8] M. A. Farag, H. A., Gouda, M. A., & Yassin, "The Effect of Using Cokriging against Ordinary Kriging When Estimating Phosphate Deposits at Elsebaiya Area, Egypt.," *World J. Eng. Technol.*, vol. 8, no. 4, p. 700, 2020.
- [9] B. S. Kaur, J., & Khehra, "Fuzzy Logic and Hybrid based Approaches for the Risk of Heart Disease Detection: State-of-the-Art Review.," *J. Inst. Eng. Ser. B*, , pp. 1–17, 2021.
- [10] E. A. Muhammad, L. J., & Algehyne, "Fuzzy based expert system for diagnosis of coronary artery disease in Nigeria.," *Health Technol. (Berl.)*, vol. 11, no. 2, pp. 319–329, 2021.
- [11] P. C. Hartanti, D., Aziza, R. N., & Siswipraptini, "Optimization of smart traffic lights to prevent traffic congestion using fuzzy logic. ," *TELKOMNIKA Telecommun. Comput. Electron. Control*, vol. 17, no. 1, pp. 320–327, 2019.
- [12] M. Verma, N. K., Singh, V., Rajurkar, S., & Aqib, "Fuzzy inference network with mamdani fuzzy inference system. In Computational Intelligence: Theories, Applications and Future Directions," *Springer, Singapore.*, vol. , pp. 375–388, 2019.
- [13] H. Topaloğlu, F., & Pehlivan, "Comparison of Mamdani type and Sugeno type fuzzy inference systems in wind power plant installations.," *2018 6th Int. Symp. Digit. Forensic Secur.* , pp. 1–4, 2018.
- [14] N. B. Records, "General Authority for Ground Water," Mosul, 2020.
- [15] I. M. KASSIM, S. O., Ali, A. G., & Harram, "Design And Implementation Of Mamdani Type Fuzzy Inference System Based Water Level Controller.," *IOSR J. Electron. Commun. Eng.*, vol. 16, no. 4, pp. 15–22, 2021.