

Studying the Stability of one of Non-Linear Autoregressive Models with Application

Abdulghafoor Salim

drabdul_salim@uomosul.edu.iq

College of Computer Science and Mathematics,
University of Mosul, Mosul, Iraq

Raad Awad Alhamdani

College of Education

University of Tikrit,

Received on: 29/3/2011

Accepted on: 16/5/2011

ABSTRACT

In This paper we suggest one of the models for non-linear Autoregressive by using local linear approximation method, then we studied the conditions of stationarity of the model specifically the conditions of stationarity the non-zero singular point of the model. And the conditions for stationarity to limit cycle stationarity.

Conditions are applied in the aforementioned theories on data represent the monthly average wind speed in model of Baghdad city. The samples are classified by using one of non-linear Autoregressive model the findings are the value of non-zero fixed point and the conditions of suggested stationarity model .

Keywords: Stability, non-linear autoregressive.

دراسة استقرارية احد نماذج الانحدار الذاتي غير الخطي مع تطبيق

رعد عواد حميد

كلية التربية، جامعة تكريت

تاريخ قبول البحث: 2011 / 5 / 16

عبد الغفور جاسم سالم

كلية علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل

تاريخ استلام البحث: 2011 / 3 / 29

المخلص

تم في هذه البحث اقتراح احد النماذج للانحدار الذاتي غير الخطي باستخدام طريقة التقريب بالخطية المحلية وتمت دراسة شروط استقراريته وبالتحديد شروط استقرارية النقطة المنفردة غير الصفريّة للأنموذج وشروط استقرارية دورة النهاية. لقد تم تطبيق الشروط الموجودة في المبرهنات المذكورتين آنفاً على بيانات تمثل المعدل الشهري لسرعة الرياح في مدينة بغداد وتم نمذجة هذه البيانات باستخدام احد نماذج الانحدار الذاتي غير الخطي وتم إيجاد قيمة النقطة الثابتة غير الصفريّة وشروط استقرارية الأنموذج المقترح.

الكلمات المفتاحية: الاستقرارية، انحدار غير خطي.

1- المقدمة

إن دراسة تحليل السلاسل الزمنية هو موضوع واسع، وقد ازداد اتساعه في العقود الأخيرة بشكل كبير نظراً لكثرة تطبيقاته في الاتصالات والهندسة والأنواء الجوية ... الخ. إن الهدف الأساسي من بناء أنموذج سلسلة زمنية هو التنبؤ بمستقبل ظاهره معينة تتغير مع الزمن أو لدراسة صفات تلك السلسلة وان أي نموذج يمثل السلسلة الزمنية يجب أن يتصف بصفات محددة لكي يعطي تنبؤات صحيحة إلى حد معين وأهم هذه الصفات هي الاستقرارية (Stationarity). والخطية (Linearity) والدورية (Periodicity)، وهذه الصفات مهمة جدا في التقدير وبناء نماذج السلاسل الزمنية. لذلك فإن دراسة السلاسل الزمنية تشتمل على دراسة هذه الافتراضات وكيفية معالجة السلاسل الزمنية غير المستقرة. وإيجاد النماذج الرياضية الملائمة لتلك السلاسل هل هي خطية أم غير خطية وفيما إذا كانت الأخطاء تتبع التوزيع الطبيعي أم لا [3]. إن الصيغة العامة للانحدار الذاتي غير الخطي من الرتبة p يمكن التعبير عنه بالشكل الآتي:

$$X_t = f(x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-p}) + Z_t \quad (1)$$

$f(\cdot)$ هي دالة غير خطية و $\{Z_t\}$ تمثل متتابعة من التشويش الأبيض (White Noise) وهناك دراسات عديدة في المجال الاستقراري لنماذج السلاسل الزمنية نذكر منها الطريقة الدينامكية للباحث الياباني (Ozaki 85) التي من خلالها يتم إيجاد الشروط الضرورية والكافية لاستقرارية نماذج الانحدار الذاتي للنماذج الأسية EXPAR(p) وكذلك دراسة الاستقرارية في الانحدار الذاتي للشبكات عام (1999) من قبل الباحثين (Kurt Hornik, Fredrick, Adrrcn And Trapletti) [8]. وفي عام (2000) قام (Giovanni Fenseca) [7]. بدراسة الاستقرارية في النماذج غير الخطية من الدرجة الأولى. وفي عام (2005) قام الباحث عباس وسالم بدراسة استقرارية النموذج اللوجستي LSTAR(P) [1]. وفي (2010) درس الباحث سالم وعواد استقرارية بعض النماذج التوافقية مع تطبيق [2]. وسنحاول في هذا البحث اقتراح حالة خاصة للدالة $f(\cdot)$ في المعادلة (1) للحصول على احد نماذج الانحدار الذاتي غير الخطي ومن ثم دراسة استقراريته بطريقة التقريب غير الخطي. ونحاول تطبيق النتائج التي حصلنا عليها على السلسلة الزمنية لسرعة الرياح في مدينة بغداد.

2- هدف البحث:

يهدف البحث إلى اقتراح أنموذج انحدار ذاتي غير خطي ومن ثم دراسة استقراريته باستخدام طريقة التقريب بالخطية المحلية وتم توضيح استقراريته من خلال إيجاد النقطة المنفردة ودورة النهاية وتطبيق النتائج على إحدى السلاسل الزمنية التي تمتلك صفات دورية.

3- مفاهيم ومبادئ أساسية:

3 - 1 : الاستقرارية (Stationarity) [4][5]

تكون السلسلة الزمنية $\{X_t\}$ مستقرة إذا كانت في حالة موازنة إحصائية، أي أنّ خصائصها الإحصائية لا تتأثر بالزمن، وتكون السلسلة $\{X_t\}$ مستقرة بدقة Strictly Stationary إذا كان التوزيع الاحتمالي المشترك للمتغيرات $X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}$ هو نفس التوزيع الاحتمالي المشترك للمتغيرات $X_{t_1+k}, X_{t_2+k}, \dots, X_{t_n+k}$ ولجميع النقاط الزمنية المختارة t_1, t_2, \dots, t_n ولأي ثابت k . إن شرط الاستقرارية بدقة صعب التحقيق أحياناً، لذا فإننا نعرف السلسلة الزمنية بأنها مستقرة من الدرجة m (m-Orderstationary) إذا كان لأي t_1, t_2, \dots, t_n ولأي ثابت k فان جميع العزوم من الدرجة m ل $(X_{t_1+k}, X_{t_2+k}, \dots, X_{t_n+k})$ تكون $E[\{X_{t_1}\}^{m_1}, \{X_{t_2}\}^{m_2}, \dots, \{X_{t_n}\}^{m_n}] = E[\{X_{t_1+k}\}^{m_1}, \{X_{t_2+k}\}^{m_2}, \dots, \{X_{t_n+k}\}^{m_n}]$ لجميع النقاط الزمنية المختارة t_1, t_2, \dots, t_n ولأي ثابت k ولأي ثوابت صحيحة موجبة m_1, m_2, \dots, m_n تحقق القيد $m_1 + m_2 + \dots + m_n \leq m$.

ولحالة خاصة يقال إن السلسلة الزمنية $\{X_t\}$ أنها مستقرة من الرتبة الأولى (First Order Stationary) إذا كانت: $E(X_t) = \mu$

كما يقال للسلسلة الزمنية $\{X_t\}$ أنها مستقرة من الرتبة الثانية (Second Order Stationary) إذا حققت الشروط الآتية:

$$1) E(X_t) = \mu$$

$$\mu \text{ كمية ثابتة لا تعتمد على } t$$

- 2) $\text{Var}(X_t) = \sigma_x^2$ كمية ثابتة لا تعتمد على t
- 3) $\text{Cov}[X_{t_1}, X_{t_2}] = \gamma_{(t_1, t_2)}$ دالة بدلالة $|t_2 - t_1|$ فقط
- فلاستقرارية مفهوم عام في الأنظمة الديناميكية (الحركية) التي تتكون من نظام من المعادلات التفاضلية أو الفرقية إذ إن النظام يكون مستقراً إذا كان مسار الحل يقترب من نقطة منفردة (Singular Point) أو من منحني مغلق يطلق عليه دورة النهاية (Limit Cycle).

2-3 : نموذج الانحدار الذاتي من الرتبة p : $\text{AR}(p)$

يمكن تعريف أنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة p للسلسلة الزمنية المستقرة $\{X_t\}$ بالصيغة

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + Z_t \quad (2)$$

حيث ϕ_i هي ثوابت وان $\{Z_t\}$ تشويش ابيض (White Noise) مستقلة ومتماثلة التوزيع (i.i.d) ، هذا الأنموذج يعبر عن العلاقة بين حاضر السلسلة $\{X_t\}$ وماضيها.

2-3 : نموذج الانحدار الذاتي غير الخطي المقترح:

ليكن لدينا أنموذج الانحدار الذاتي الآتي:

$$X_t = 1 - \frac{1}{1 + \phi X_{t-1}} + Z_t \quad (3)$$

إذ Z_t هي (i.i.d) متغيرات عشوائية مستقلة تتوزع توزيعاً طبيعياً بمعدل σ_z^2 وتباين σ_z^2 أي $Z_t \sim N(0, \sigma_z^2)$ في الزمن المتقطع، والمعلمة ϕ هي ثابت حقيقي.

3-3 : تعريف: [9] [10]

النقطة المنفردة ζ للأنموذج (1) تعرف بأنها تلك النقطة التي تحقق الشرط الآتي: إن أي مسار للنموذج (1) يبدأ من نقطة قريبة بشكل كافٍ من ζ يقترب منها إما عندما $t \rightarrow \infty$ أو عندما $t \rightarrow -\infty$.
إذ اقترب المسار من ζ عندما $t \rightarrow \infty$ فإن النقطة المنفردة تكون مستقرة وبالعكس إذا اقترب المسار من ζ عندما $t \rightarrow -\infty$ فإن النقطة المنفردة ζ تكون غير مستقرة.

3-4 : تعريف: [9] [10]

دورة النهاية للنموذج (1) تعرف بأنها المسار المغلق والمعزول $(x_t, x_{t+1}, x_{t+2}, \dots, x_{t+q})$ حيث q عدد صحيح موجب. المقصود بأن المسار مغلق هو أنه إذا كانت القيم الابتدائية $(x_t, x_{t+1}, x_{t+2}, \dots, x_{t+q})$ تنتمي إلى دورة النهاية فإن

$$(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p) = (x_{1+kq}, x_{2+kq}, x_{3+kq}, \dots, x_{p+kq})$$

والمقصود بالمعزول (Isolated) إن أي مسار يبدأ قريباً من دورة النهاية بشكل كافٍ يتقارب نحو دورة النهاية أما عندما $t \rightarrow \infty$ أو $t \rightarrow -\infty$ ، فإذا كان المسار يقترب من دورة النهاية عندما $t \rightarrow \infty$ فإن دورة النهاية تكون مستقرة وبالعكس إذا كان المسار يقترب من دورة النهاية عندما $t \rightarrow -\infty$ فإن دورة النهاية تكون غير مستقرة.
إن أصغر عدد صحيح موجب q الوارد في التعريف (3-5) يطلق عليه الفترة لدورة النهاية. إن النموذج (3) يحوي على نقطة منفردة صفرية ونقاط منفردة أخرى غير صفرية (Non-Zero Singular Points)

سنرمز لها بـ ξ ، إن إيجاد شروط استقرارية النقطة ξ لا يتم إلا بعد تحويل النموذج (3) غير الخطي إلى نموذج انحدار ذاتي خطي باستخدام تقنية التقريب بالخطية المحلية وفي جوار النقطة ξ . لقد استخدم الباحث Ozaki هذه التقنية ووضع شرط استقرارية النقطة المنفردة غير الصفرية ξ .

4- الجانب النظري:

4-1 الاستقرارية حسب طريقة اوزاكي:

سنحاول في هذا المبحث دراسة الاستقرارية للنموذج المقترح معادلة رقم (3). من الواضح أن معامل الانحدار يعتمد على $|X_{t-1}|$ حيث

$$1- \text{عندما } |X_{t-1}| \rightarrow \infty \text{ فيكون النموذج } \left(\frac{1}{\infty} = 0\right) \text{ ؛ } X_t = 1 + Z_t \text{ ، فان المعلمة } \phi \text{ تختفي}$$

وكذلك

$$2- \text{عندما } |X_{t-1}| \rightarrow 0 \text{ فيكون النموذج } X_t = Z_t \text{ ، فتختفي } \phi .$$

سنحاول في هذا المبحث دراسة استقرارية النموذج المقترح باستخدام التقريب بالمحلية غير الخطية وتتلخص الطريقة بمرحلتين: المرحلة الأولى إيجاد النقاط المنفردة غير الصفرية للنموذج غير الخطي والمرحلة الثانية اختبار استقرارية تلك النقطة من خلال دورة النهاية [10]

لدراسة الشروط الخاصة باستقرارية النموذج (3) نجد النقطة المنفردة غير الصفرية ξ (Non- Zero Singular Point) وباستخدام تعريف النقطة الثابتة. وبإلغاء تأثير Z_t اي وضع $Z_t = 0$ نحصل على

$$\xi = 1 - \frac{1}{1 + \phi \xi} \Rightarrow \xi(\phi \xi + (1 - \phi)) = 0$$

\therefore الحل الصفري نفرض أن $\xi \neq 0$ ويقسمه الطرفين على ξ نحصل على

$$\phi \xi + (1 - \phi) = 0$$

$$\therefore \xi = 1 - \frac{1}{\phi} \quad (4)$$

النقطة الثابتة تكون موجودة فقط إذا $\phi \neq 0$

المبرهنة الآتية تبين شروط الاستقرارية للنموذج (3) بالاعتماد على ثوابت للنموذج ϕ وكما يلي:

4-3 : قضية : [9] [10]

النقطة المنفردة غير الصفرية (إن وجدت) للنموذج (3) مستقرة إذا كانت جذور المعادلة

$$\lambda^p - \sum_{i=1}^p h_i \lambda^{p-i} = 0$$

واقعة داخل دائرة الوحدة

البرهان: نأخذ جوار مفتوح حول ξ_t (حيث ξ_t نقطة منفردة غير صفرية) بنصف قطر ξ_{t-s} لـ $s=1,2,3,\dots, p$ صغيرة كفاية بحيث أن $s=1,2,3,\dots, p$; $\forall n > 1$; $\xi_{t-s}^n \rightarrow 0$ وبعد إلغاء تأثير Z_t وباستخدام المعادلة البيئية (Variational Equation).

ضع $X_t = \xi_t + \xi_{t-s}$ و $X_{t-s} = \xi_t + \xi_{t-s}$ لـ $s=1,2,3,\dots, p$ وبالتعويض عن X_t و X_{t-s} بما يساويها يصبح النموذج (3) بالشكل

$$\begin{aligned}\xi_t + \xi_t &= 1 - \frac{1}{1 + \phi(\xi_t + \xi_{t-1})} \\ (1 - \frac{1}{\phi}) + \xi_t &= 1 - \frac{1}{1 + \phi((1 - \frac{1}{\phi}) + \phi\xi_{t-1})} \\ (1 - \frac{1}{\phi}) + \xi_t &= 1 - \frac{1}{1 + \phi - 1 + \phi\xi_{t-1}} \\ \xi_t &= \frac{\phi\xi_{t-1}}{\phi^2(1 + \xi_{t-1})} \\ \xi_t &= \frac{\xi_{t-1}}{\phi(1 + \xi_{t-1})} \\ \xi_t &= \frac{\xi_{t-1}(1 - \xi_{t-1})}{\phi(1 + \xi_{t-1})(1 - \xi_{t-1})} \\ \xi_t &= \frac{\xi_{t-1} - \xi_{t-1}^2}{\phi(1 - \xi_{t-1}^2)}\end{aligned}$$

بما أن $\xi_{t-s}^n \rightarrow 0$; $\forall n > 1$; $s=1,2,3,\dots, p$ لذا نهمل ξ_{t-1}^2 فنحصل على

$$\xi_t = \frac{1}{\phi} \xi_{t-1} \quad (5)$$

بحيث $\phi \neq 0$

وبما أن الأنموذج الذي حصلنا عليه هو أنموذج الانحدار الذاتي الخطي هو $AR(1)$ فإنه يكون مستقراً إذا كانت جذور المعادلة المميزة اقل من الواحد أي أن $\left| \frac{1}{\phi} \right| < 1$. حيث $\mu = \frac{1}{\phi}$ هو جذر المعادلة المميزة للأنموذج (3).
لدراسة وإيجاد شروط استقرارية دورة النهاية (إن وجدت) للأنموذج (3) نجد أولاً شروط استقرارية الأنموذج المذكور والمبرهنة الآتية تعطي الشروط بدلالة معاملات النموذج.

4-4 : مبرهنة : [9] [10]

تكون دورة النهاية بالدورة q للأنموذج (3) مستقرة مدارياً إذا تحقق الشرط

$$\left| \prod_{i=1}^q \left[\frac{\phi_i}{1 + \phi_i X_{t+q-i}} \right] \right| < 1$$

البرهان: نفرض أن الأنموذج (3) يمتلك دورة نهاية بالدورة $q > 1$ و q بالشكل
 $X_t, X_{t-1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+q} = X_t$ وهو مسار مغلق ومعزول.

$$X_t + \xi_t = 1 - \frac{1}{1 + \phi(X_{t-1} + \xi_{t-1})}$$

$$X_t + \xi_t = \frac{1 + \phi(X_{t-1} + \xi_{t-1}) - 1}{1 + \phi(X_{t-1} + \xi_{t-1})}$$

$$X_t + \xi_t = \frac{1 + \phi X_{t-1} + \phi \xi_{t-1} - 1}{1 + \phi(X_{t-1} + \xi_{t-1})}$$

$$X_t + \xi_t = \frac{1 + \phi X_{t-1} - 1 + \phi \xi_{t-1}}{1 + \phi(X_{t-1} + \xi_{t-1})}$$

$$X_t + \xi_t = \frac{1 + \phi X_{t-1} - 1 + \phi \xi_{t-1}}{1 + \phi(X_{t-1} + \frac{\xi_{t-1}^2}{\xi_{t-1}})}$$

بما أن $\xi_{t-1}^n \rightarrow 0; \forall n > 1; i = 1, 2, 3, \dots$ فان $\xi_{t-1}^2 \rightarrow 0$ فنحصل على

$$X_t + \xi_t = \frac{1 + \phi X_{t-1} - 1 + \phi \xi_{t-1}}{1 + \phi X_{t-1}}$$

$$X_t + \xi_t = \frac{1 + \phi X_{t-1} - 1}{1 + \phi X_{t-1}} + \frac{\phi \xi_{t-1}}{1 + \phi X_{t-1}}$$

$$X_t + \xi_t = 1 - \frac{1}{1 + \phi X_{t-1}} + \frac{\phi \xi_{t-1}}{1 + \phi X_{t-1}}$$

بما أن

$$X_t = 1 - \frac{1}{1 + \phi X_{t-1}}$$

فان

$$X_t + \xi_t = X_t + \frac{\phi \xi_{t-1}}{1 + \phi X_{t-1}}$$

$$\xi_t = \frac{\phi \xi_{t-1}}{1 + \phi X_{t-1}}$$

$$\xi_t = \left(\frac{\phi}{1 + \phi X_{t-1}} \right) \xi_{t-1}$$

$$\frac{\xi_t}{\xi_{t-1}} = \left(\frac{\phi}{1 + \phi X_{t-1}} \right)$$

نفرض أن

$$T(X_{t-1}) = \left(\frac{\phi}{1 + \phi X_{t-1}} \right)$$

$$\Rightarrow \xi_t = T(X_{t-1})\xi_{t-1}$$

$$\therefore \xi_{t+q} = T(X_{t+q-1})\xi_{t+q-1}$$

$$= T(X_{t+q-1})T(X_{t+q-2})\xi_{t+q-2}$$

$$= T(X_{t+q-1})T(X_{t+q-2})\dots T(X_t)\xi_t$$

وبالتالي فان :-

$$\xi_{t+q} = \left| \prod_{i=1}^q T(X_{t+q-i}) \right| \xi_t$$

$$T(s_t) = \frac{\phi}{1 + \phi s_{t-1}}$$

أي أن

$$\left| \frac{\xi_{t+q}}{\xi_t} \right| = \left| \prod_{i=1}^q T(X_{t+q-i}) \right|$$

ولأجل التقارب نحو الصفر يجب أن تكون هذه النسبة اقل من واحد أي أن

$$\left| \prod_{i=1}^q T(X_{t+q-i}) \right| < 1$$

أو

$$\left| \prod_{i=1}^q \left[\frac{\phi_i}{1 + \phi_i X_{t+q-i}} \right] \right| < 1$$

وبهذا ينتهي البرهان.

5- الجانب التطبيقي Application

1-5 : المقدمة Introduction

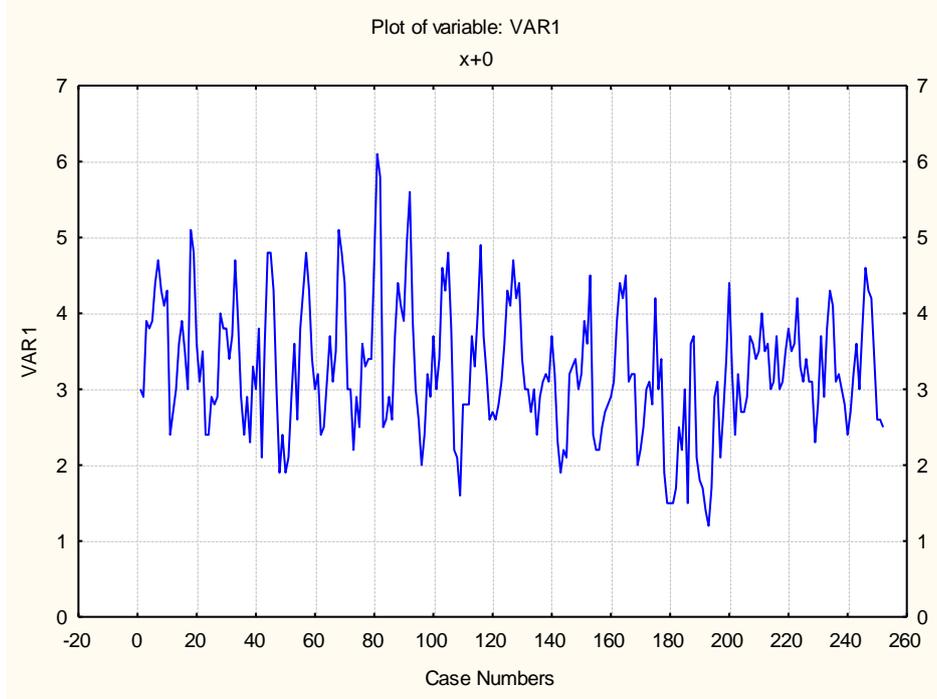
في هذه الفقرة يتم تطبيق شروط استقرارية الأنموذج (3) والتي تم إيجادها في الفقرة السابقة وبالتحديد استقرارية النقطة المنفردة غير الصفيرية للأنموذج التي تم وضعها في القضية (4-1) واستقرارية دورة النهاية بالنسبة للمبرهنة (4-2).

أن البيانات المستخدمة في هذا التطبيق هي بيانات سرعة الرياح في مدينة بغداد إذ أن سرعة الرياح تزداد في فصل الشتاء وتقل في فصل الصيف.

تم استخدام البرنامج الجاهز (Statistical V.6) بنسخته السادسة في تخمين قيم معاملات النماذج التي تم إيجادها في هذا البحث وبالتحديد تم استخدام جزء البرنامج الخاص بالتخمين اللاخطي (Nonlinear Estimation) وباستخدام نظام الـ MATLAB لإكمال العمليات الحسابية المطلوبة.

5-2 : وصف البيانات Description of Data

إنَّ التسجيلات الشهرية لسرعة الرياح في مدينة بغداد أو بشكل أدق السلسلة الزمنية لسرعة الرياح في مدينة بغداد تتصف بصفات دورية لاخطية وهذا واضح من رسم السلسلة الزمنية لسرعة الرياح في مدينة بغداد وكما في الشكل (1)، إذ أنها تزداد في فصل الشتاء وتقل في فصل الصيف.



الشكل (1) : رسم السلسلة الزمنية لبيانات معدلات سرعة الرياح في مدينة بغداد للفترة من (1970-1990)

5-3 : نمذجة السلسلة الزمنية لسرعة الرياح في مدينة بغداد باستخدام نماذج NOLAR(1)

في هذه الفقرة تمت نمذجة السلسلة الزمنية الشهرية لمعدلات سرعة الرياح في مدينة بغداد، وباستخدام برنامج Statistical V.6 وحصلنا على النموذج الآتي:

$$X_t = 1 - \frac{1}{1 + 114889.1X_{t-1}} + Z_t$$

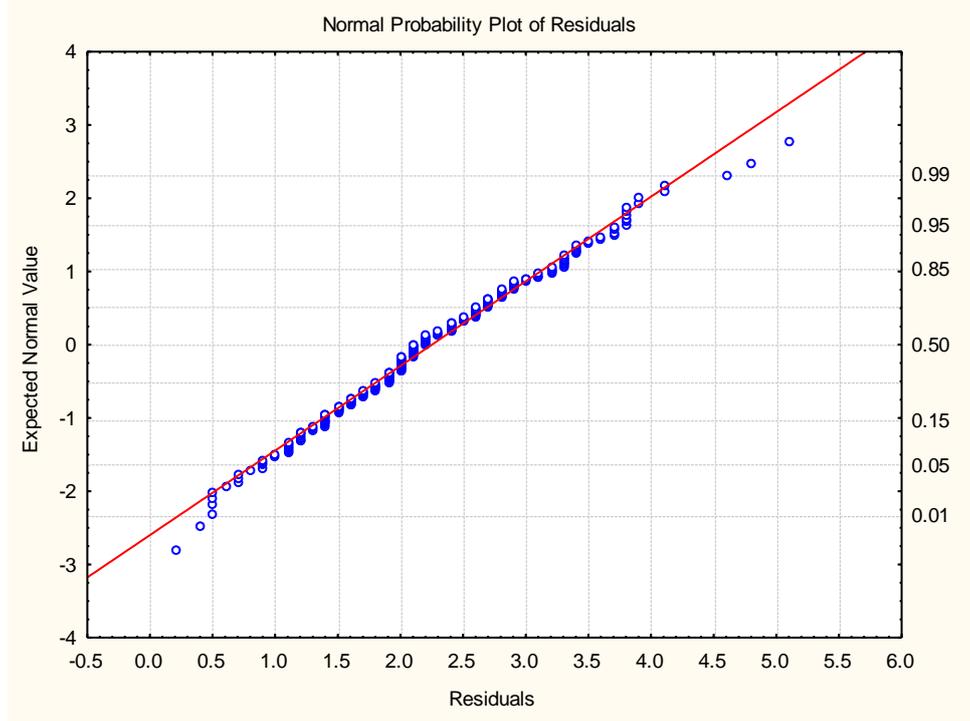
$$\sigma_z^2 = 0.732189 \text{ وبتباين بواقي}$$

$$AIC(p) = 2.270754$$

حيث AIC تعرف بالشكل

$$AIC(p) = -2\ln(\sigma_z^2) + 2M$$

وان P تمثل رتبة الأنموذج و M عدد معاملات الأنموذج المضمن و σ_z^2 القيمة التخمينية للبواقي أما الشكل (2) فهو رسم الاحتمالية الطبيعية لبواقي الأنموذج NOLAR(1) .



الشكل (2): رسم الاحتمالية الطبيعية لبواقي النموذج (1) NOLAR.

إن البواقي هنا تمثل التشويش الأبيض الذي يفترض به أن يتوزع توزيعاً طبيعياً بتباين $\hat{\sigma}_z^2$ أي أن الحالة المثلى هي أن تتطبق جميع النقاط التي تمثل البواقي على المستقيم الذي تتوزع نقاطه توزيعاً طبيعياً بمعدل صفر وتباين $\hat{\sigma}_z^2$. ينظر المصدر [6].

باستخدام العلاقة (4) تم حساب قيمة النقطة المنفردة غير الصفرية للنموذج ووجد بأن هناك قيمة النقطة المنفردة هي $\xi = 0.99999913$ وباستخدام العلاقة (5) نحصل على المعادلة الفرقية الآتية

$$\xi_t = 0.00000007\xi_{t-1}$$

وواضح أن النقطة المنفردة غير الصفرية للأنموذج مستقرة لأن جذور المعادلة المميزة

$$\lambda - 0.00000007 = 0$$

ذات قيمة مطلقة أقل من الواحد وبالتالي يكون أنموذج (1) NOLAR مستقراً حسب المبرهنة (3-4).

6- الاستنتاجات والتوصيات:

من خلال دراستنا للاستقرارية باستخدام تقنية التقريب الخطية لأحد النماذج غير الخطية المقترح تبين لنا:

- 1- هناك نقطتان منفردتان وكان احدهما النقطة الصفرية ($\xi = 0$) والتي تدعى بالحل التافه (Trivial Solution) والنقطة الثابتة ($\xi = 1 - \frac{1}{\phi}$) والتي تعتمد على قيمة ϕ . وعليه تكون النقطة المنفردة مستقرة إذا

$$\left| \frac{1}{\phi} \right| < 1$$

- 2- الأنموذج يمتلك دورة نهاية وهذا ما تم برهانه باستخدام المبرهنة (2-4).

3- ومن خلال التطبيق تبين ان سرعة الرياح دورية وتمتلك نقطه منفردة مستقرة حيث جذور المعادلة المميزة

$$\left| \frac{1}{\phi} \right| = 0.0000007 < 1$$

للمنموذج يحقق العلاقة $\left| \frac{1}{\phi} \right| = 0.0000007 < 1$. ويمكن الاستفادة من الطريقة (طريقة التقريب الخطية) لدراسة نماذج غير خطية أكثر تعقيدا وباستخدام توسيع تايلر والمبرهنات أنفة الذكر في بحثنا.

المصادر

- [1] عباس، أزهر وسالم، عبد الغفور جاسم (2007)، "استقرارية نموذج الانحدار الذاتي اللوجستي"، مجلة جامعة قطر للعلوم، المجلد السابع والعشرون ص (17-28).
- [2] سالم، عبد الغفور جاسم وحמיד رعد عواد، (2010)، "دراسة استقرارية بعض النماذج التوافقية مع تطبيق"، مجلة الرافدين لعلوم الحاسبات والرياضيات جامعة الموصل، المجلد السابع، العدد الثاني، ص (157-139).
- [3] المهداوي، هيفاء جعفر، (1999)، "الانحدار الذاتي غير المستقر ذو الدرجات الدنيا"، أطروحة دكتوراه، كلية الإدارة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية.
- [4] Chatfield, (1978), "The analysis of time series: Theory Practice", Chapman and Hall, London.
- [5] Chatfield, Christopher, (1984), "The analysis of time series: 4th Edition Chapman and Hall.
- [6] Chatfield, C., (1984), "The Analysis of Time Series An Introduction", 3rd Ed., J. W. Arrow Smith Ltd., Bristol, GB.
- [7] Fonseca, G., (2000), "stability and Estimation of Non-linear Time series models", Un put. D. Thesis, University of Padura, Italy.
- [8] Friedrich leisch and Kurt Hornik, (1999), "stationarity and stability of Autoregressive Neurel Network processes", MIT Prss, Cambridge, MA,USA.
- [9] Ozaki, T., (1982), "The Statistical Analysis of Perturbed Limit Cycle Processes Using Nonlinear Time series Models", Journal of Time Series Analysis, V. 3, No. 1, pp. 29-41.
- [10] Ozaki, T., (1985), "Nonlinear Time Series Models and Dynamical Systems", Handbook of Statistics, V. 5 (Ed. Hannan , E. J. and Krishnailah , P. R. and Rao, M.M.), Elsevier Science Publishers B.V., pp. 25-83.